LABORATÓRIO DE FÍSICA I
FSC5141

JOSÉ RICARDO MARINELLI

Método científico

- ✓ observação / pesquisa,
- ✓ hipótese,
- ✓ experimento,
- ✓ análise,
- ✓ conclusão.

- variável independente: é uma parte da experiência que será testada;
- variável dependente: é o que se observa em resposta à variável independente escolhida;

Erros(ou incertezas) e Medidas

Em ciências temos que **medir** grandezas

MEDIR ------- comparar com padrão escolhido (UNIDADE)

Exs.: a) comprimento – metro,centímetro, ano-luz, angstrom,etc..

b) tempo – minuto, segundo,ano, milênio, microsegundo,etc..

S.I. – Sistema Internacional de Unidades

Grandeza	Unidade	Símbolo da unidade
comprimento	metro	m
massa	quilograma	kg
tempo	segundo	s
corrente	ampère	A
temperatura	kelvin	K
quantidade de substância	mol	mol
intensidade luminosa	candela	cd

- o metro (m): unidade de comprimento, definido com a distância que a luz percorre no vácuo num intervalo de tempo de 1/299 792 458 segundos, onde este denominador corresponde a velocidade da luz no vácuo em m/s, que é uma constante universal.

- o quilograma (kg): unidade de massa, definido hoje como sendo a massa de um cilindro padrão de uma liga platina irídio (90% platina and 10% irídio), mantido na Agência Internacional de Pesos e Medidas em Sèvres, França.

- o segundo (s): unidade de tempo, definido como o intervalo de tempo em que ocorrem 9 192 631 770 ciclos num relógio atômico que utiliza átomos de Césio-133.

Dimensões e análise dimensional

Grandeza de base	Símbolo para a grandeza	Símbolo para a dimensão
comprimento	l, x, r, etc.	**L**
massa	m	**M**
tempo	t	**T**
corrente	I, i	**I**
temperatura	T	Θ
quantidade de substância	n	**N**
intensidade luminosa	I_v	**J**

Exemplo 1

A distância d entre dois pontos tem dimensão de comprimento **L**. A duração de um evento é medida pelo tempo t com a dimensão **T**. Qual a dimensão da velocidade média v que representa a rapidez do movimento?

Solução:

A velocidade média v é dada pela expressão $v = d/t$. Segue,

$$[v] = \frac{[d]}{[t]} = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{T}} \quad \Rightarrow \quad \therefore\ [v] = \mathbf{L}\,\mathbf{T}^{-1}.$$

Ex.1:Força de atração da gravidade

$$F = -k\frac{m_1 m_2}{r^2} \approx -m_1 g \ \text{ para } \mathrm{m}_2 = M_T \ \text{ e } \mathrm{r}=\mathrm{R}_T$$

$$M\frac{L}{T^2} = [k]\frac{M^2}{L^2}$$

$$\frac{M}{M}\frac{L}{T^2} = [k]\frac{M^2}{ML^2}$$

$$\frac{L^2 L}{T^2} = [k]\frac{L^2 M}{L^2}$$

$$\frac{L^3}{MT^2} = [k]\frac{M}{M}$$

$$\frac{L^3}{MT^2} = [k]$$

$$k \equiv G = 6,67 \times 10^{-11}\frac{m^3}{kg.s^2} \Rightarrow SI$$

Ex.2:

$$x = A + \frac{B}{2}t^2 + \frac{C}{6}t^3; \qquad [x] = L \quad [t] = T$$

$$[A] = L$$

$$[B].T^2 = L \Rightarrow [B] = L/T^2$$

$$[C].T^3 = L \Rightarrow [C] = L/T^3$$

Ex.3:

$$E = E_0.\exp(-\lambda.t) \equiv E_0 e^{-\lambda.t} \Rightarrow E \text{ energia}$$

$$[E] = M.\left(\frac{L^2}{T^2}\right) = M.\frac{L}{T^2}.L$$

$$[\lambda] = \frac{1}{T} = T^{-1}$$

Ex.4:

Dada a expressão: $a = k.r^{n}.v^{m}$

onde a é a aceleração, r a distância, v a velocidade e k uma constante adimensional, determine os expoentes m e n.

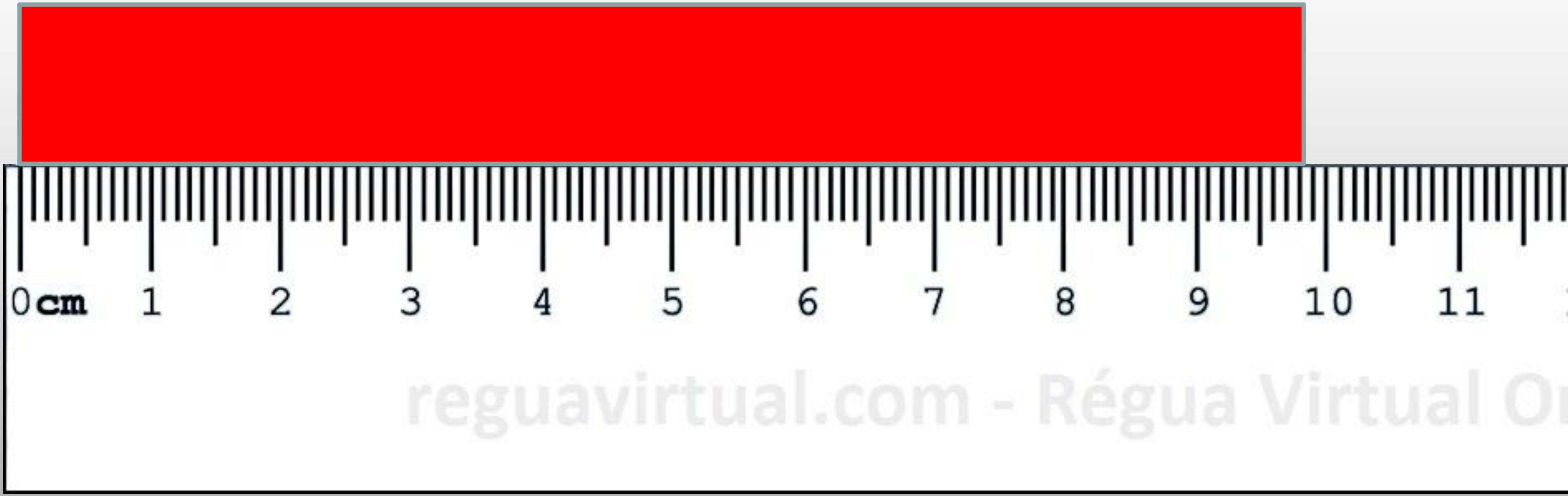
<u>Transformação de unidades</u>

Faça as seguintes conversões de unidades:

a) 72 km/h em m/s b) kg/m^3 em g/cm^3

- ***Representação de uma medida***
- **<u>ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS</u>**

algarismos obtidos diretamente do instrumento de medida+ duvidoso.



L=9,83 cm

L=9,8**3** cm=98,3 mm=98300 microns(μm)

$L=9{,}83$ cm $=9{,}83\times10^{1}$ mm $=9{,}83\times10^{4}$ μm

L=9,83 cm=0,0983m=0,0000983km

$L=9{,}83$ cm $=9{,}83\times10^{-2}$ m $=9{,}83\times10^{-5}$ km

1 pol=2,54 cm

L=9,83/2,54=3,87007874...=3,87 pol.

1) Qual o número de algarismos significativos em cada quantidade abaixo:

a) 0,302 ....

b) 487,13 ....

c) 0,00076 ....

d) 6,0470 ....

Notação Científica

- Número entre 1 e 10 multiplicado por uma potência de 10.

- $0{,}000615 = 6{,}15 \times 10^{-4}$
- $2358000 = 2{,}358 \times 10^{6}$

$0{,}000000000000000000000000000000911$ kg

- Massa de 1 elétron = $9{,}11 \times 10^{-31}$ kg.
- Distância Terra-Sol = $1{,}48 \times 10^{11}$ m.
- 148000000000 m

Tabela 2.4: Prefixos do SI representando múltiplos de dez.

Prefixo	Símbolo	Fator	Número
yotta	Y	10^{24}	1000000000000000000000000
zeta	Z	10^{21}	1000000000000000000000
exa	E	10^{18}	1000000000000000000
peta	P	10^{15}	1000000000000000
tera	T	10^{12}	1000000000000
giga	G	10^{9}	1000000000
mega	M	10^{6}	1000000
quilo	k	10^{3}	1000
hecto	h	10^{2}	100
deca	da	10^{1}	10
deci	d	10^{-1}	0,1
centi	c	10^{-2}	0,01
mili	m	10^{-3}	0,001
micro	μ	10^{-6}	0,000001
nano	n	10^{-9}	0,000000001
pico	p	10^{-12}	0,000000000001
femto	f	10^{-15}	0,00000000000001
ato	a	10^{-18}	0,000000000000000001
zepto	z	10^{-21}	0,000000000000000000001
yocto	y	10^{-24}	0,000000000000000000000001

Fonte: BIPM (2006).

2) Escreva cada medida em notação científica:

a) 0,00030 g = ...

b) 41,0 °C = ...

c) 350 kg = ...

d) 145300000 km = ...

Regras de Arredondamento

- se a quantidade a ser desprezada no número for maior que 5, 50, 500, 5000,etc, aumentamos em 1 unidade a casa decimal a ser arredondada;

- se a quantidade a ser desprezada no número for menor que 5, 50, 500, 5000, etc, mantemos inalterada a casa decimal a ser arredondada;

- se a quantidade a ser desprezada no número for igual a 5, 50, 500, 5000, etc, aumentamos em 1 unidade a casa decimal a ser arredondada se a mesma for ímpar e mantemos inalterada se a mesma for par.

Exemplos

- 1) $23,4\overline{5}9 \simeq 23,46$
- 2) $0,32\overline{1}42 \simeq 0,321$
-
- 3) $11\overline{3},5 \simeq 114$
-
- 4) $2,2\overline{4}5 \simeq 2,24$
-
- 5) $6\overline{9},87 \simeq 70$
- .
- 6) $34\overline{3}5 \simeq 3,44x10^3$

Operações com algarismos significativos

- Ao somar ou subtrair duas ou mais grandezas obtidas experimentalmente, deve-se arredondar o resultado na *casa decimal* correspondente à parcela com menor número de casas decimais. Por exemplo:

$$5,64 + 12,394 = 18,0\overline{3}4 \simeq 18,03$$

$$125 - 23,15 = 10\overline{1},85 \simeq 102$$

- Em qualquer outra operação, como multiplicação, divisão, radiciação, exponenciação, logaritmação, etc.. deve-se conservar o *número de algarismos*
- significativos da parcela com menor número de algarismos. Por exemplo:

$$12,45 \times 7,2 = 8\bar{9},64 \simeq 90$$

$$134 \div 2 = \bar{6}7 \simeq 7 \times 10^1$$

$$\sqrt{232,65} = 15,25\bar{2}86858266 \simeq 15,253$$

$$\ln(2,4) = 0,8\bar{7}5468737354 \simeq 0,88$$

- Caso as duas regras acima tenha que ser aplicadas sucessivamente, procure sempre efetuar o arredondamento ao *final de todas as operações*, como por exemplo no caso abaixo:

$$(25,0+33,44)\times(13,84-5,211)=$$

$$=58,\overline{4}4\times 8,6\overline{2}9=50\overline{4},27876\simeq 504$$

Exemplo:

$$\frac{(12,615+7,27)\times 3,14}{(83,42-50,25)}+\frac{4,113\times 5,2}{(9,001+2,735)}=$$

$$\frac{19,8\overline{8}5\times 3,14}{33,1\overline{7}}+\frac{2\overline{1},3876}{11,73\overline{6}}=$$

$$1,8\overline{8}2390715+1,\overline{8}22392638=3,\overline{7}04782813\quad =3,7$$

Ao se realizar uma *medida* ---- *fontes de **erros (incertezas)*** *experimentais.*

- Classificação dos erros experimentais:
- A) Sistemáticos
- B) Aleatórios (acidentais)
- C)Escala (instrumento de medida)

*A respeito da nomenclatura: Revista Brasileira de Ensino de Física, vol 21, n3 (1999) 350. (http://www.sbfisica.org.br/rbef/)

Erros sistemáticos

- fazem com que a medida esteja sempre acima ou sempre abaixo do valor “real”! Podem ser *eliminados* ou *compensados*.
- a) devido ao instrumento.
- b) método de observação
- c) efeitos do ambiente
- d) simplificações no modelo usado.

Erros Aleatórios

- provocam flutuações (para cima ou para baixo) no valor medido em relação ao valor “real”!
- Probabilidade para mais ou para menos é a mesma.
- Em geral devido a flutuações nas condições do ambiente: mudanças inesperadas de temperatura, voltagem na rede, correntes de ar, vibrações,etc...

Diferenças entre erros sistemáticos e aleatórios


8
1
11
12
4
5
7
2
10
9
3
6


8
1
12
5
2
9
6
3
10
7
4
11
DARDEX C.G


8
1
11
12
4
5
7
2
10
9
3
6
DARDEX C.G. 43.179.126/0001-85


8
1
11
12
4
5
7
2
10
9
3
6

Erro aleatório grande

Erro sistemático grande

Erros aleatório e sistemático pequenos

TRATAMENTO ESTATÍSTICO DE DADOS: erro aleatório

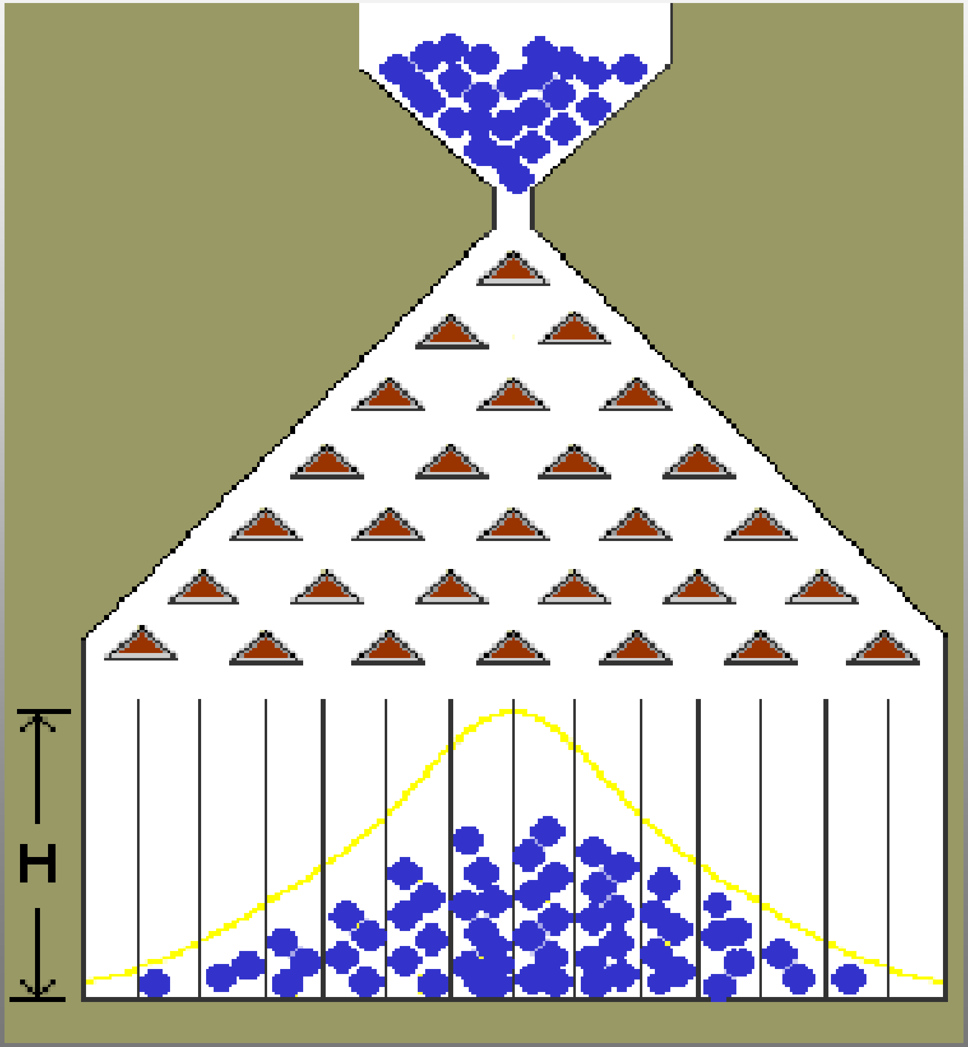
Tratamento estatístico de erros aleatórios

- Para determinar o erro aleatório --- efetuar uma série de medidas "iguais" (condições idênticas).

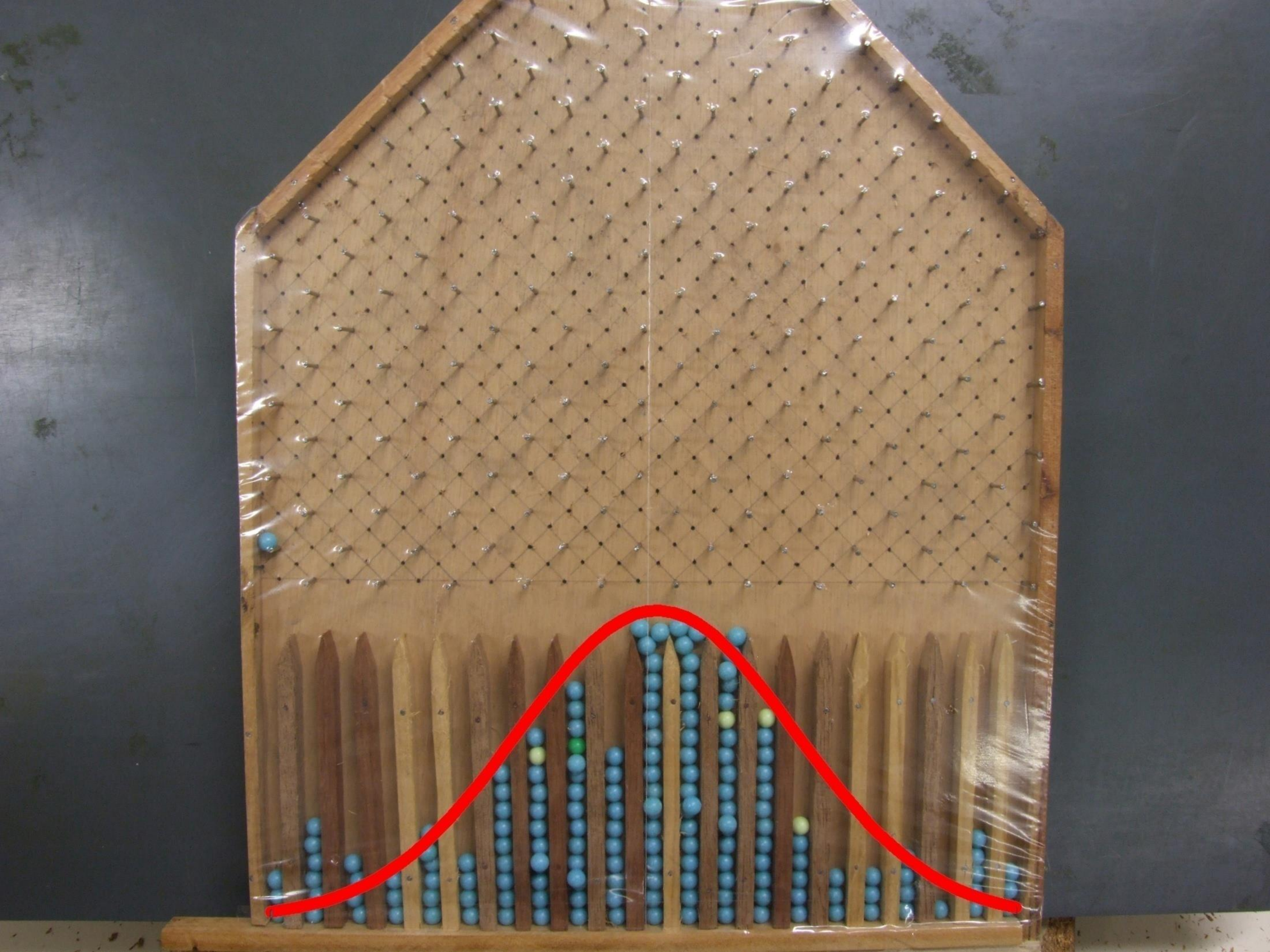
- Como aproximadamente metade das N medidas x_i deve ser maior que o valor "real" e a outra metade menor, uma boa estimativa é:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

Distribuição Gaussiana de Probabilidade

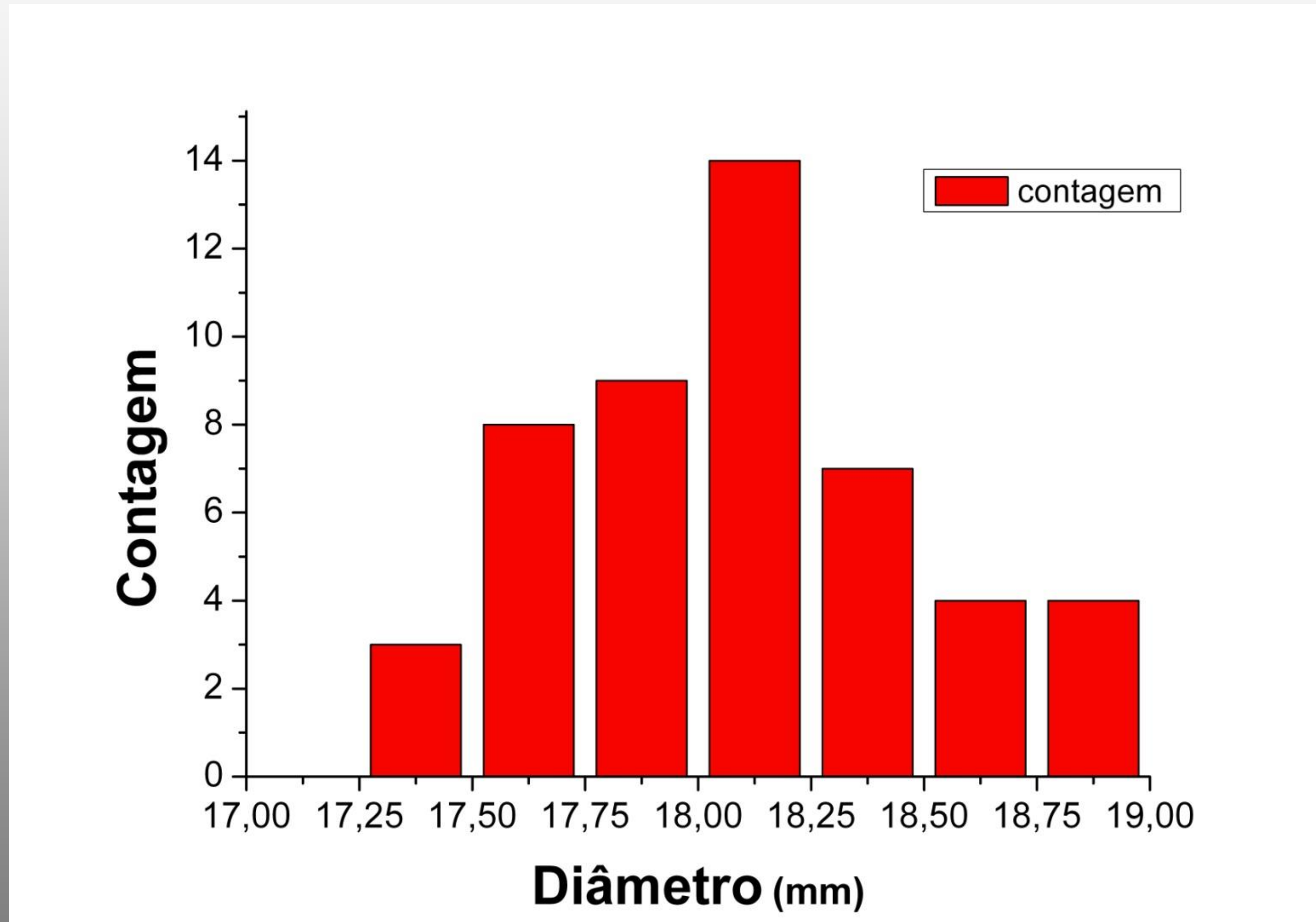



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20



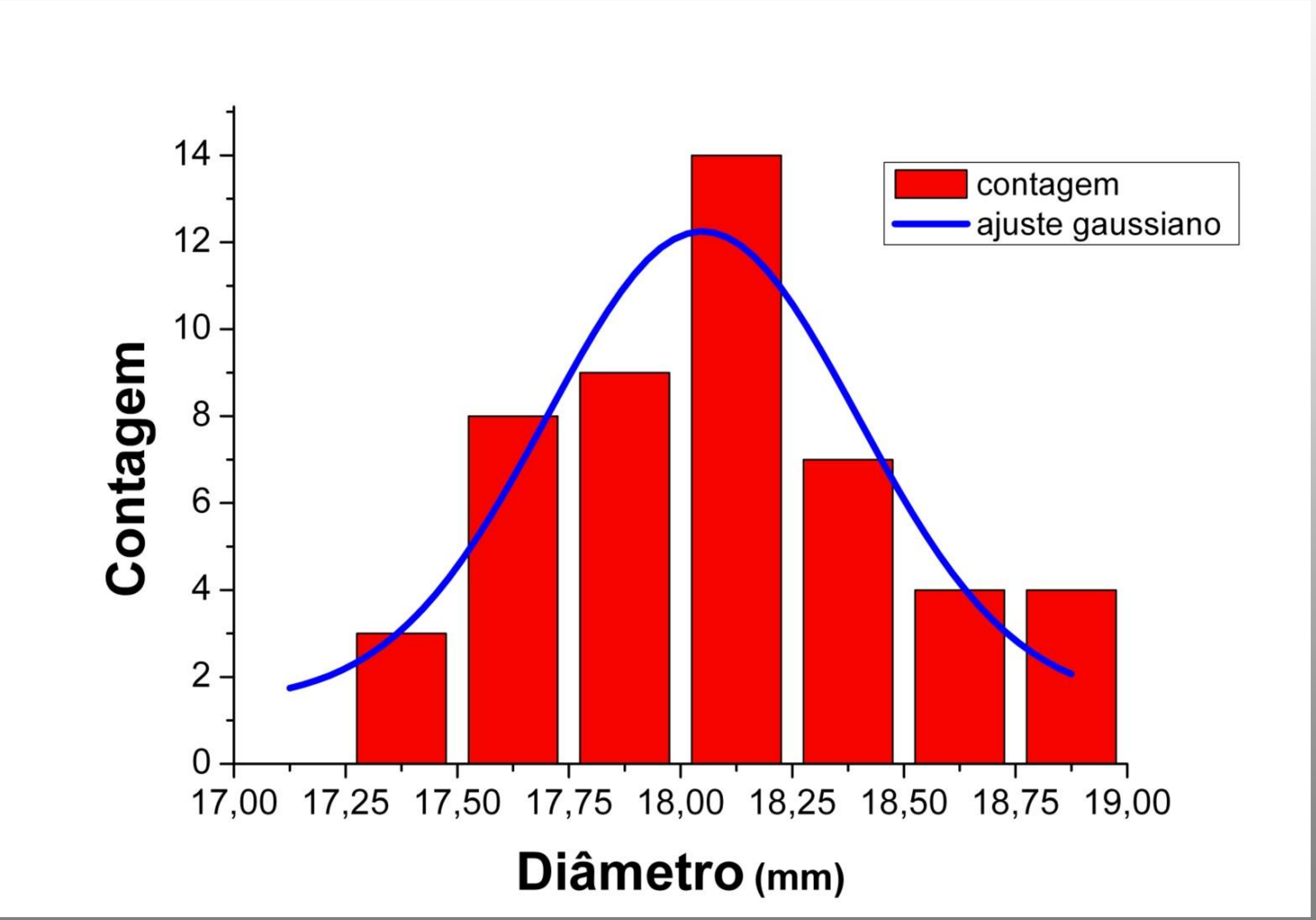
18,30
17,70
17,75
18,25
17,45
18,15
18,05
17,65
18,05
17,85
17,75
17,60
18,25
18,85
17,70
18,00
17,70
18,10
17,30
18,75
17,85
18,05
18,10
18,00
18,05
18,05
18,25
18,55
18,35
17,90
18,00
18,85
17,70
18,95
18,10
18,35
18,40
17,30
18,70
18,55
17,85
17,55
17,60
18,05
18,50
17,85
17,90
17,85
18,15

Mediu-se o diâmetro de 49 esferas “iguais”

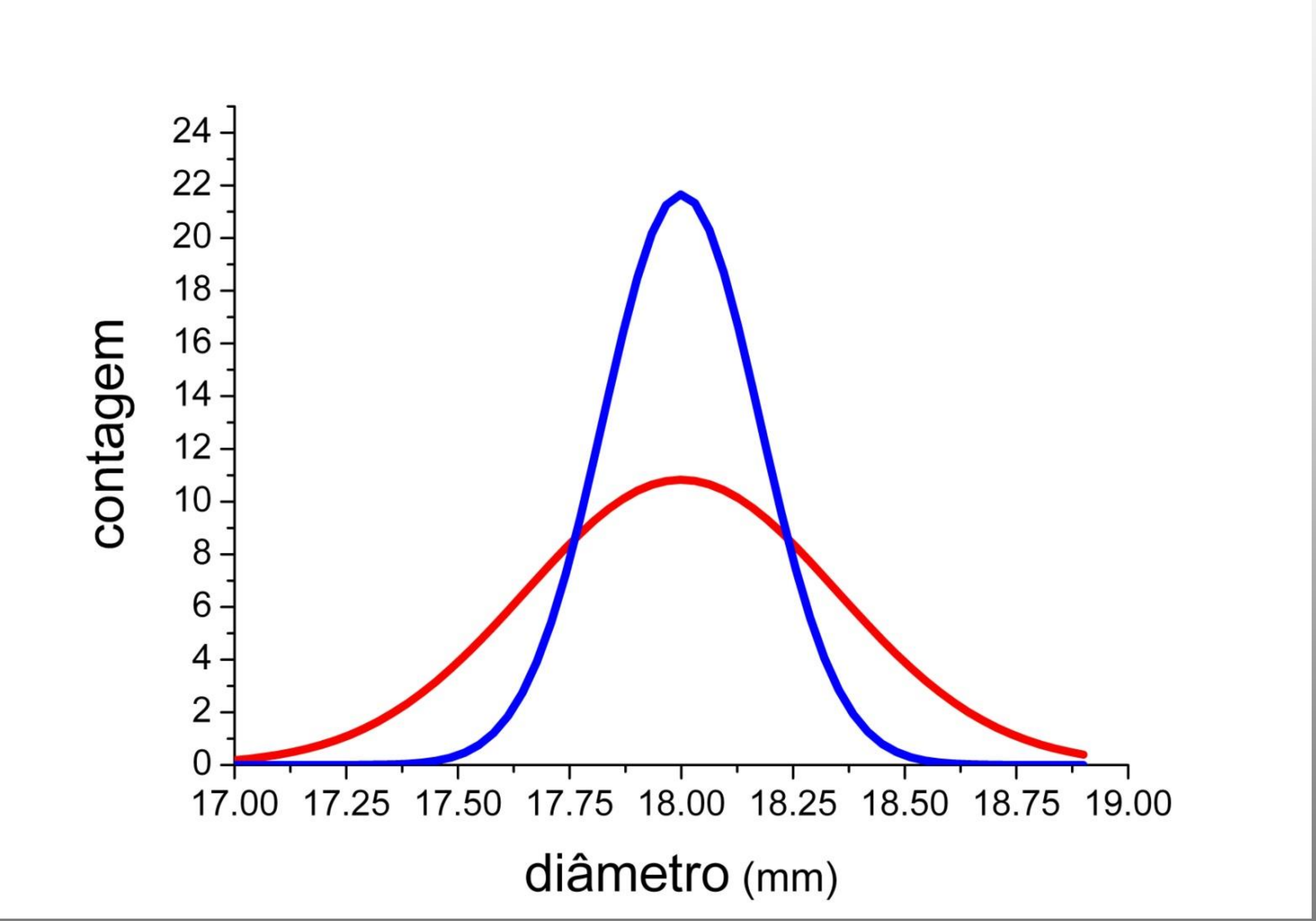


18,30
17,70
17,75
18,25
17,45
18,15
18,05
17,65
18,05
17,85
17,75
17,60
18,25
18,85
17,70
18,00
17,70
18,10
17,30
18,75
17,85
18,05
18,10
18,00
18,05
18,05
18,25
18,55
18,35
17,90
18,00
18,85
17,70
18,95
18,10
18,35
18,40
17,30
18,70
18,55
17,85
17,55
17,60
18,05
18,50
17,85
17,90
17,85
18,15

Mediu-se o diâmetro de 49 esferas "iguais"



Mesma média – diferentes dispersões (desvio padrão)



Desvio padrão da média

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - x_i)^2}{N(N-1)}}$$

Erro aleatório = S (fator de Student) x σ

$S \simeq 1 \Rightarrow$ **Erro aleatório** = σ

	x_i	$x_i - \overline{x}$	$(x_i - \overline{x})^2$
1	18.30	0.22041	0.04858
2	17.70	-0.37959	0.14409
3	17.80	-0.27959	0.07817
4	18.30	0.22041	0.04858
5	17.50	-0.57959	0.33593
6	18.20	0.12041	0.01450
7	18.10	0.02041	0.00042
8	17.70	-0.37959	0.14409
9	18.10	0.02041	0.00042
10	17.90	-0.17959	0.03225
11	17.80	-0.27959	0.07817
12	17.60	-0.47959	0.23001
13	18.30	0.22041	0.04858
14	18.90	0.82041	0.67307
15	17.70	-0.37959	0.14409
16	18.00	-0.07959	0.00634
17	17.70	-0.37959	0.14409
18	18.10	0.02041	0.00042
19	17.30	-0.77959	0.60777
20	18.80	0.72041	0.51898
21	17.90	-0.17959	0.03225
22	18.10	0.02041	0.00042
23	18.10	0.02041	0.00042
24	18.00	-0.07959	0.00634
25	18.10	0.02041	0.00042
26	18.10	0.02041	0.00042
27	18.30	0.22041	0.04858
28	18.60	0.52041	0.27082
29	18.40	0.32041	0.10266
30	17.90	-0.17959	0.03225
31	18.00	-0.07959	0.00634
32	18.90	0.82041	0.67307
33	17.70	-0.37959	0.14409
34	18.90	0.82041	0.67307
35	18.10	0.02041	0.00042
36	18.40	0.32041	0.10266
37	18.40	0.32041	0.10266
38	17.30	-0.77959	0.60777
39	18.70	0.62041	0.38490
40	18.60	0.52041	0.27082
41	17.90	-0.17959	0.03225
42	17.60	-0.47959	0.23001
43	17.60	-0.47959	0.23001
44	18.10	0.02041	0.00042
45	18.50	0.42041	0.17674
46	17.90	-0.17959	0.03225
47	17.90	-0.17959	0.03225
48	17.90	-0.17959	0.03225
49	18.20	0.12041	0.01450

$$\overline{x} = 18,07959$$

$$\Delta x_i = x_i - \overline{x}$$

$$\sum_{i=1}^{N} (\Delta x_i)^2 = 7,539590$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{7,539590}{49*(49-1)}}$$

$$\sigma = 0,05662mm$$

$$x = (18,08 \pm 0,06)mm$$

$$importante \Rightarrow \sum_{i=1}^{N} \Delta x_i = -0,00009$$

exemplo

v (m/s)	**25,04**	**25,02**	**25,06**	**25,10**	**25,08**

$$\bar{v} = 25,06\, {}^{m}\!/_{s}$$

$$\bar{v} - v_i \quad 0,02 \quad 0,04 \quad 0,00 \quad -0,04 \quad -0,02$$

$$\left(\bar{v} - v_i\right)^2 \quad 0,0004 \quad 0,0016 \quad 0,00 \quad 0,0016 \quad 0,0004$$

$$\sum_i \left(\bar{v} - v_i\right)^2 = 0,004$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i \left(\bar{v} - v_i\right)^2}{4-1}} = \sqrt{\frac{0,004}{4}} = 0,031622776$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{5}} = \frac{0,031622776}{\sqrt{5}} = 0,01414235 \approx 0,01\, m/s$$

Propagação de erros

$$V = f(x, y)$$

$$x \pm \Delta x ------ y \pm \Delta y$$

$$\Delta V = ?$$

Vejamos no caso da soma

$$y \pm \Delta y = (x_1 \pm \Delta x_1) + (x_2 \pm \Delta x_2)$$

- Soma de duas grandezas:

$$y \pm \Delta y = (x_1 + x_2) + (+\Delta x_1 + \Delta x_2)$$

$$y \pm \Delta y = (x_1 + x_2) + (-\Delta x_1 + \Delta x_2)$$

$$y \pm \Delta y = (x_1 + x_2) + (+\Delta x_1 - \Delta x_2)$$

$$y \pm \Delta y = (x_1 + x_2) + (-\Delta x_1 - \Delta x_2)$$

$$\boxed{y \pm \Delta y = (x_1 + x_2) \pm (\Delta x_1 + \Delta x_2)}$$

subtração

$$y \pm \Delta y = (x_1 - x_2) \pm (\Delta x_1 + \Delta x_2)$$

multiplicação

$$y \pm \Delta y = x_1 . x_2 \pm (x_1 . \Delta x_2 + x_2 . \Delta x_1)$$

divisão

$$y \pm \Delta y = \frac{x_1}{x_2} \pm \left(\frac{x_1 . \Delta x_2 + x_2 . \Delta x_1}{x_2{}^2}\right)$$

exponenciação

$$y \pm \Delta y = x^n \pm n . x^{n-1} \Delta x$$

- Em geral, se uma grandeza depende de n variáveis medidas:

$$y = f(x_1, x_2, x_3, ...x_n)$$

$$\Delta y = \left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|\Delta x_1 + \left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\right|\Delta x_2 + \left|\frac{\partial f}{\partial x_3}\right|\Delta x_3 + ... + \left|\frac{\partial f}{\partial x_n}\right|\Delta x_n$$

Cálculo da massa específica do cobre a partir de uma amostra de fio

- mede-se o diâmetro do fio e seu comprimento, além de sua massa.
- L = (12,15 ± 0,05) cm
- D = (0,1800 ± 0,0005) cm
- m = (2,61 ± 0,01) g

$$V = \pi r^2 \times L$$

$$V = \pi (\frac{D^2}{4}) \times L = \pi \times \frac{(0,1800)^2}{4} \times 12,15$$

$$V = 0,309\,\overline{1}7 cm^3$$

$$\mu = \frac{m}{V} = \frac{2,61}{0,309\,\overline{1}7} = 8,4\overline{4}1957\,g/cm^3$$

$$\mu = \frac{m}{V} = \frac{m}{(\frac{\pi D^2 L}{4})} = \frac{4m}{\pi D^2 L}$$

$$\Delta\mu = \left|\frac{\partial\mu}{\partial D}\right|\Delta D + \left|\frac{\partial\mu}{\partial L}\right|\Delta L + \left|\frac{\partial\mu}{\partial m}\right|\Delta m$$

$$\frac{\partial\mu}{\partial D} = \frac{4m}{\pi L}\frac{\partial}{\partial D}(\frac{1}{D^2}) = \frac{-8m}{\pi L D^3}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial L} = \frac{4m}{\pi D^2} \frac{\partial}{\partial L} (\frac{1}{L}) = \frac{-4m}{\pi D^2 L^2}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial m} = \frac{4}{\pi D^2 L} \frac{\partial}{\partial m} (m) = \frac{4}{\pi D^2 L}$$

$$\Delta \mu = \left| \frac{-8m}{\pi L D^3} \right| \Delta D + \left| \frac{-4m}{\pi D^2 L^2} \right| \Delta L + \left| \frac{4}{\pi D^2 L} \right| \Delta m$$

$$\Delta \mu = \left| \frac{-8 \times 2,61}{\pi \times 12,15 \times 0,18^3} \right| \times 0,0005 + \left| \frac{-4 \times 2,61}{\pi \times 0,18^2 \times 12,15^2} \right| \times 0,05 +$$

$$+ \left| \frac{4}{\pi \times 0,18^2 \times 12,15} \right| \times 0,01$$

$$\Delta\mu = 0,04689827 + 0,0347394 + 0,03233436$$

$$\Delta\mu = 0,\overline{1}1397203$$

$$\mu = (8,4 \pm 0,1)g / cm^3$$

Valor tabelado: 8,93g/cm^3

Erro relativo percentual:

Valor medido-valor tabelado (em módulo) dividido pelo valor tabelado e multiplicado por 100.

$$E\% = \frac{|x - \bar{x}|}{\bar{x}} \times 100$$

No exemplo acima:

$$E\% = \frac{|8,4 - 8,93|}{8,93} \times 100 = 5,93505 \simeq 6\%$$

EXEMPLO

Em um experimento para a comprovação experimental da 2ª lei de Newton, foram aplicadas cinco (5) forças diferentes (medidas por um dinamômetro) sobre um mesmo corpo. Para cada força mediu-se a aceleração correspondente. Na tabela abaixo encontram-se os valores obtidos na experiência, com os respectivos erros.

F (dinas)

24,95 $\pm$ 0,01
25,34 $\pm$ 0,01
25,14 $\pm$ 0,01
24,86 $\pm$ 0,01
25,43 $\pm$ 0,01

a (cm/s^2)

2,95 $\pm$ 0,05
3,05 $\pm$ 0,05
3,00 $\pm$ 0,05
2,98 $\pm$ 0,05
3,10 $\pm$ 0,05

- 1) Calcule os valores mais prováveis de F e a.
- 2) Determine os erros aleatórios prováveis de F e a.
- 3) Calcule o valor da massa do corpo, com a sua respectiva unidade e o erro correspondente.
- 4) Escreva todos os resultados (massa, força e aceleração) no formato padrão: $(y \pm \Delta y)$ $unidade$.

1)

$$\bar{F} = \frac{\sum_{1}^{5} F_i}{5} = \frac{24,95 + 25,34 + 25,14 + 24,86 + 25,43}{5} = 25,144 dinas.$$

$$\bar{a} = \frac{\sum_{1}^{5} a_i}{5} = 3,016 cm/s^2.$$

2)

$$\sum_{1}^{5} (F_i - \bar{F})^2 = (24,95 - 25,144)^2 + (25,34 - 25,144)^2 + (25,14 - 25,144)^2 + (24,86 - 25,144)^2 +$$

$$(25,43 - 25,144)^2 = 0,03764 + 0,03842 + 0,00002 + 0,08066 + 0,08180.$$

$$\sigma_F = \sqrt{\frac{0,23854}{5 \times (5-1)}} = 0,10921 dinas.$$

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{5} (a_i - \bar{a})^2}{5 \times 4}} = 0,02657 cm/s^2.$$

3)

$$F = ma$$

$$m = \frac{F}{a} = \frac{25,144}{3,016} = 8,33687g$$

$$\Delta m = \left|\frac{\partial m}{\partial F}\right| \Delta F + \left|\frac{\partial m}{\partial a}\right| \Delta a$$

$$\frac{\partial m}{\partial F} = \frac{1}{a}\frac{\partial (F)}{\partial F} = \frac{1}{a} = \frac{1}{3,016} = 0,331564$$

$$\frac{\partial m}{\partial a} = F\,\frac{\partial (1/a)}{\partial a} = -F\,\frac{1}{a^2} = -\frac{25,144}{(3,016)^2} = -2,764214$$

$$\Delta F = 0,10921 + 0,01 = 0,11921 \simeq 0,1$$

$$\Delta a = 0,02657 + 0,05 = 0,07657 \simeq 0,08$$

$$\Delta m = 0,331564 \times 0,11921 + 2,764214 \times 0,07657 = 0,2511816$$

$$\Delta m \simeq 0,3g$$

Erro arredonda-se sempre para mais qdo. a quantidade a ser desprezada for 5,50,500,etc. independente do duvidoso ser par ou ímpar!

56

4)

$$\bar{F} = (25,1 \pm 0,1)dinas.$$

$$\bar{a} = (3,02 \pm 0,08)cm/s^2.$$

$$m = (8,3 \pm 0,3)g.$$