CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS

- ESCOLHA ADEQUADA DO PAPEL
- IDENTIFICAÇÃO DOS EIXOS COORDENADOS
- DETERMINAÇÃO DAS ESCALAS
- COLOCAÇÃO DOS PONTOS EXPERIMENTAIS
- TRAÇADO DA CURVA
- OBTENÇÃO DAS GRANDEZAS PROCURADAS

1 – **ESCOLHA ADEQUADA DO PAPEL**

CRITÉRIO: **CURVA QUE REPRESENTA OS PONTOS EXPERIMENTAIS É UMA RETA**

$$Y = A + B X$$

ONDE: **Y** É A VARIÁVEL **DEPENDENTE**

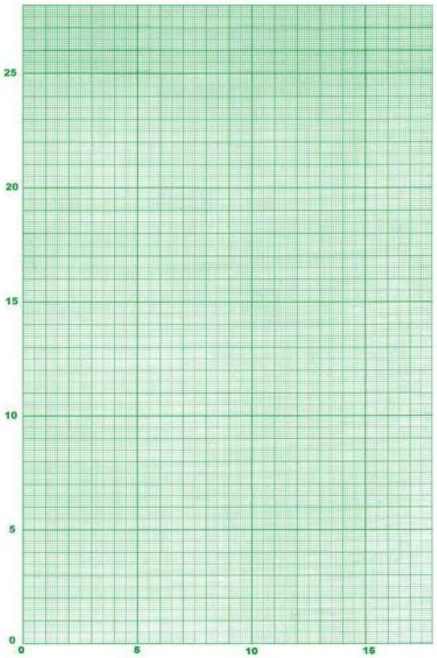
X É A VARIÁVEL **INDEPENDENTE**

B É O PARÂMETRO OU COEFICIENTE **ANGULAR**

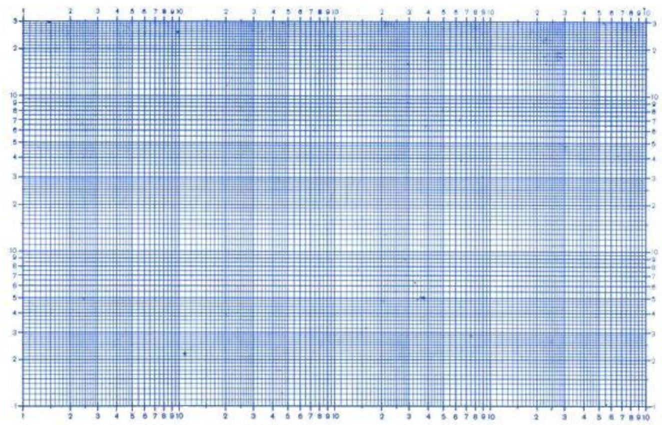
A É O PARÂMETRO OU COEFICIENTE **LINEAR**

TIPOS DE PAPEL

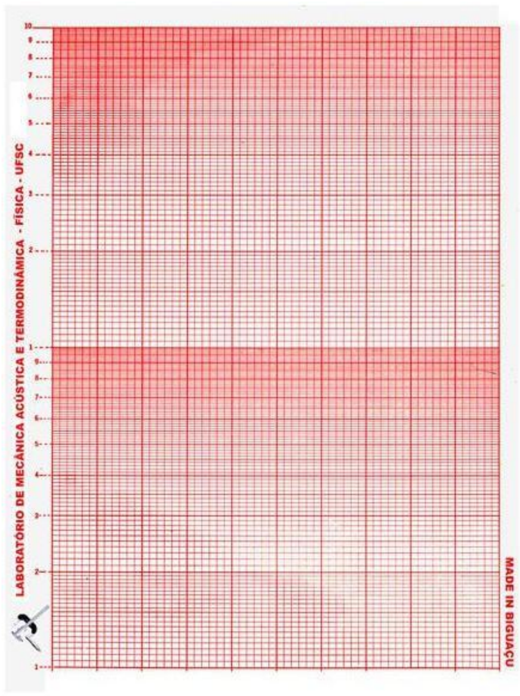
PAPEL MILIMETRADO



PAPEL LOGLOG
OU
DILOG

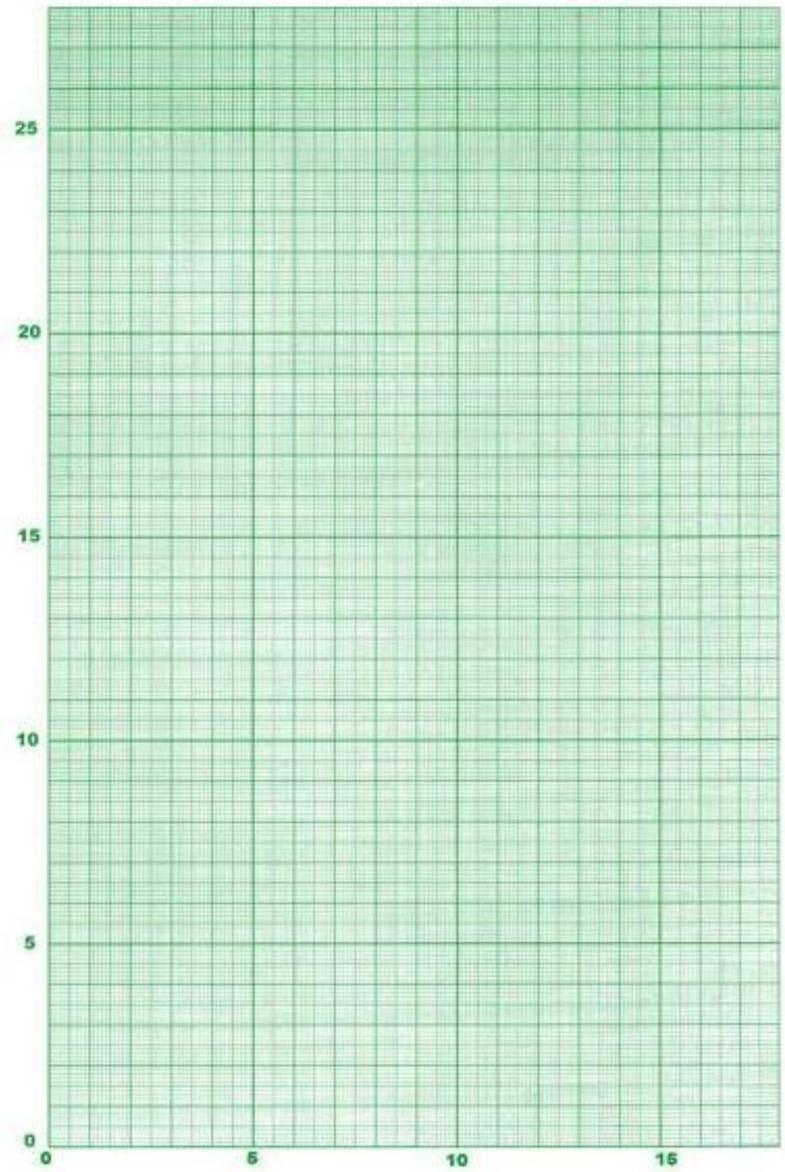


PAPEL SEMILOG
OU
MONOLOG



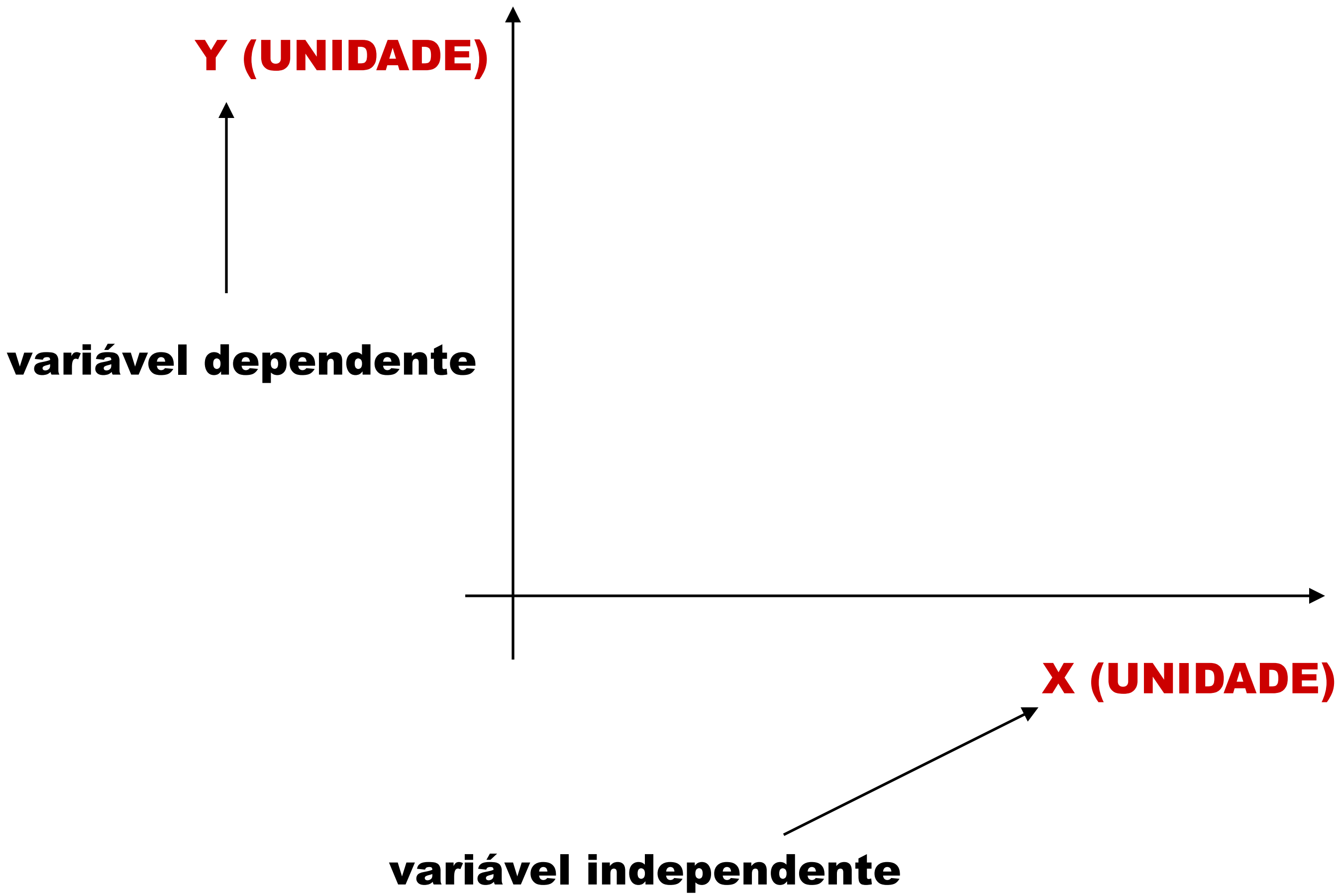
PAPEL MILIMETRADO

Eixo linear



Eixo linear

2 – IDENTIFICAÇÃO DOS EIXOS COORDENADOS



3 – DETERMINAÇÃO DAS ESCALAS

REGRAS GERAIS:

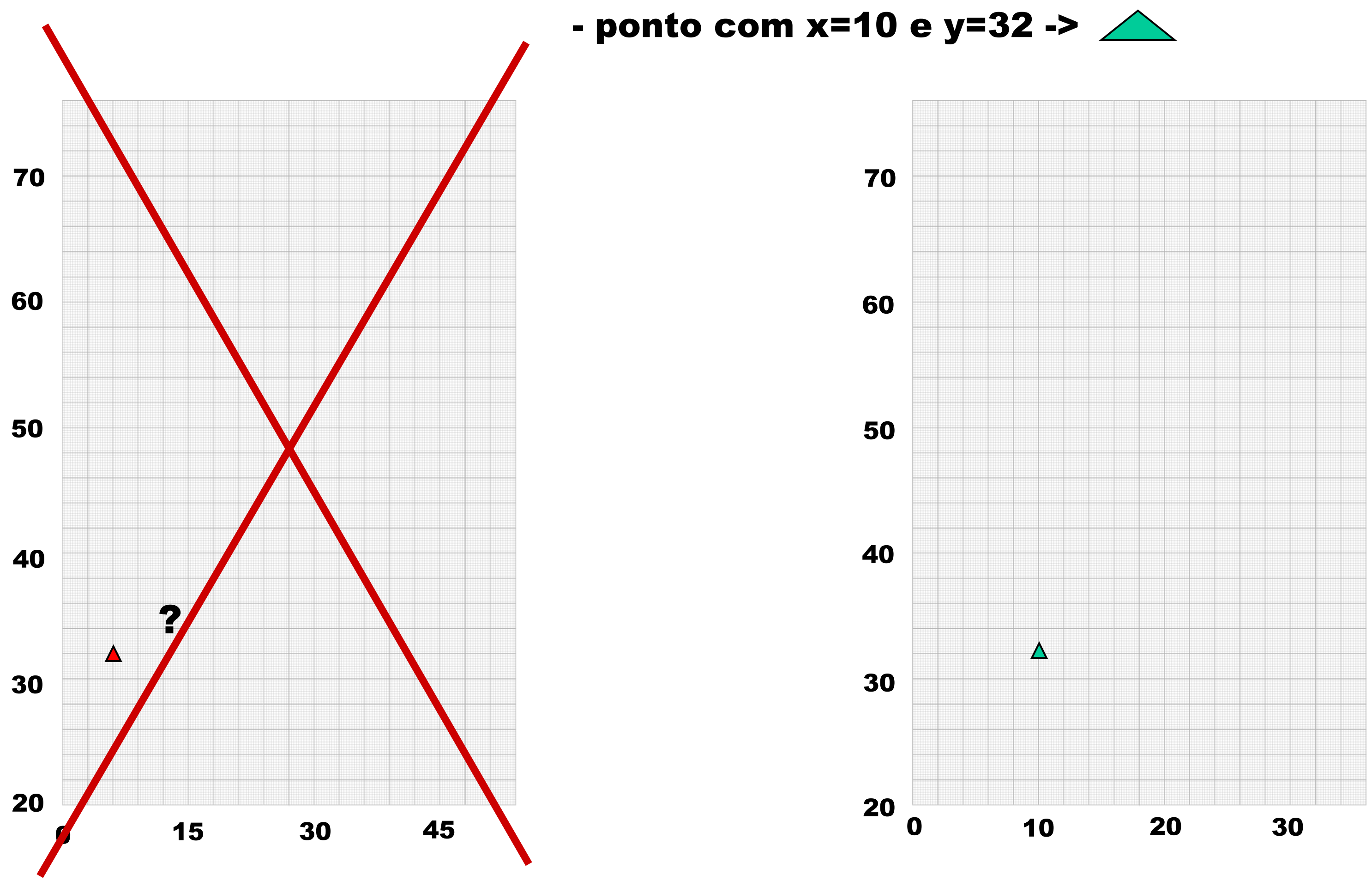
- AS ESCALAS SÃO *COMPLETAMENTE INDEPENDENTES* ENTRE SI

- AS ESCALAS DEVEM APRESENTAR A *PRECISÃO (CASAS DECIMAIS) DAS MEDIDAS*

REGRAS PARA ESCALAS LINEARES

(1) AS ESCALAS ESCOLHIDAS DEVEM PERMITIR FÁCIL INTERPOLAÇÃO

- ponto com x=10 e y=32 ->



ESCALAS PERMITIDAS:
CADA 'BLOCO' DE DIVISÕES DEVE ASSUMIR VALORES QUE SEJAM MÚLTIPLOS DE
2 e 5

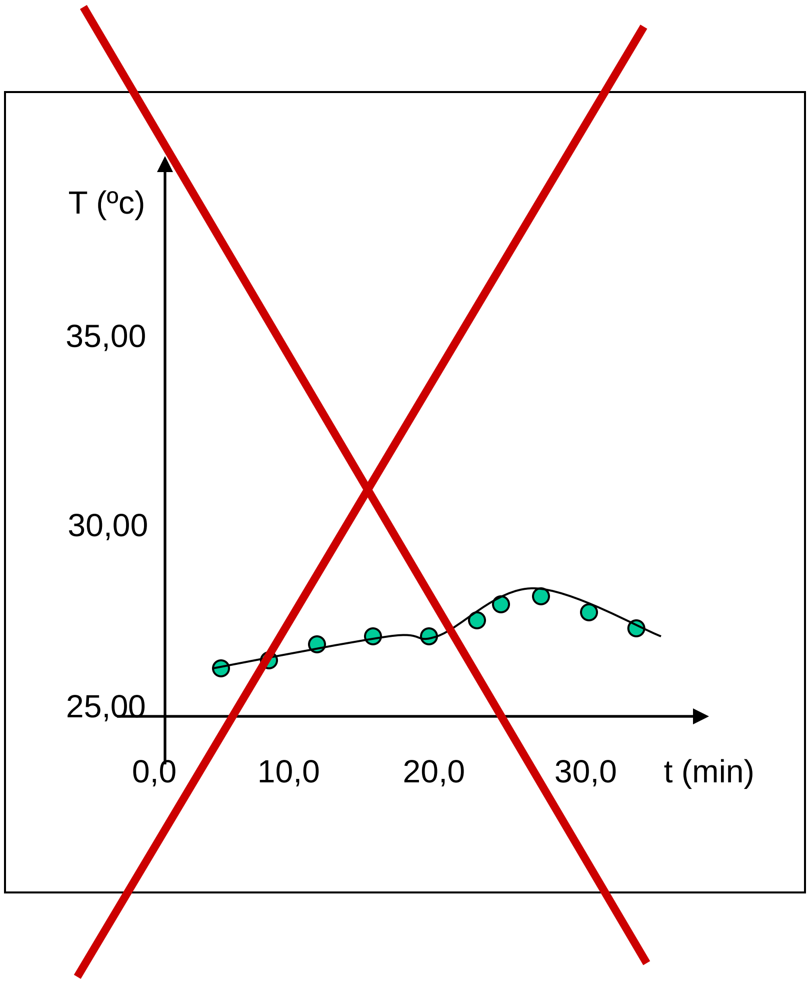
EXEMPLOS: 0,10 ; 4 ; 0,25 ; 50 ; 200

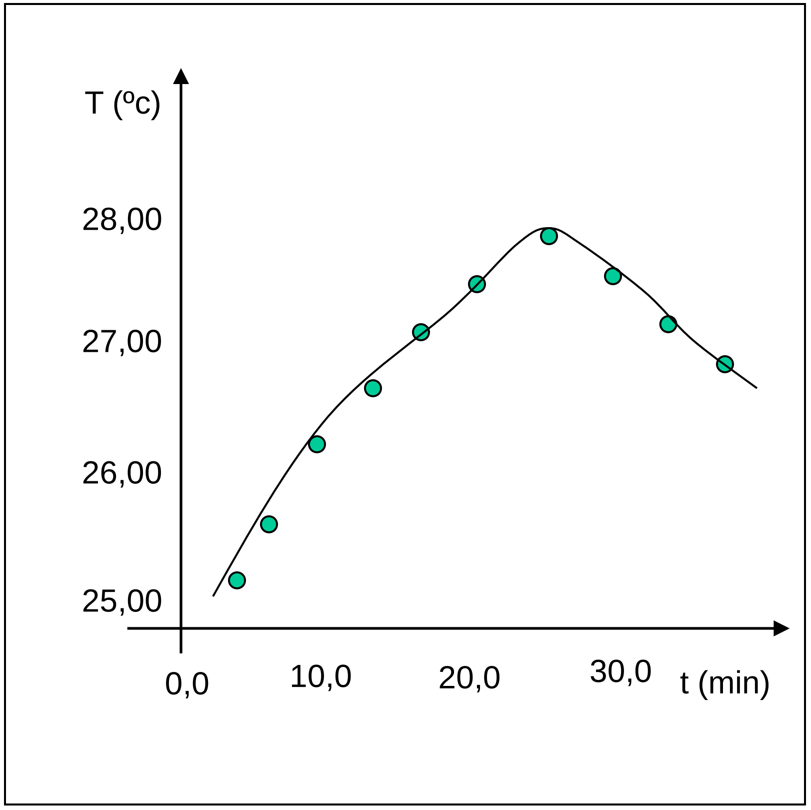
ESCALAS PROIBIDAS:
DEVE-SE EVITAR UTILIZAR 'BLOCOS' DE DIVISÕES QUE SEJAM MÚLTIPLOS DE
3, 7, 11, ...

EXEMPLOS: 0,15 ; 12 ; 45 ; 22 ; 90

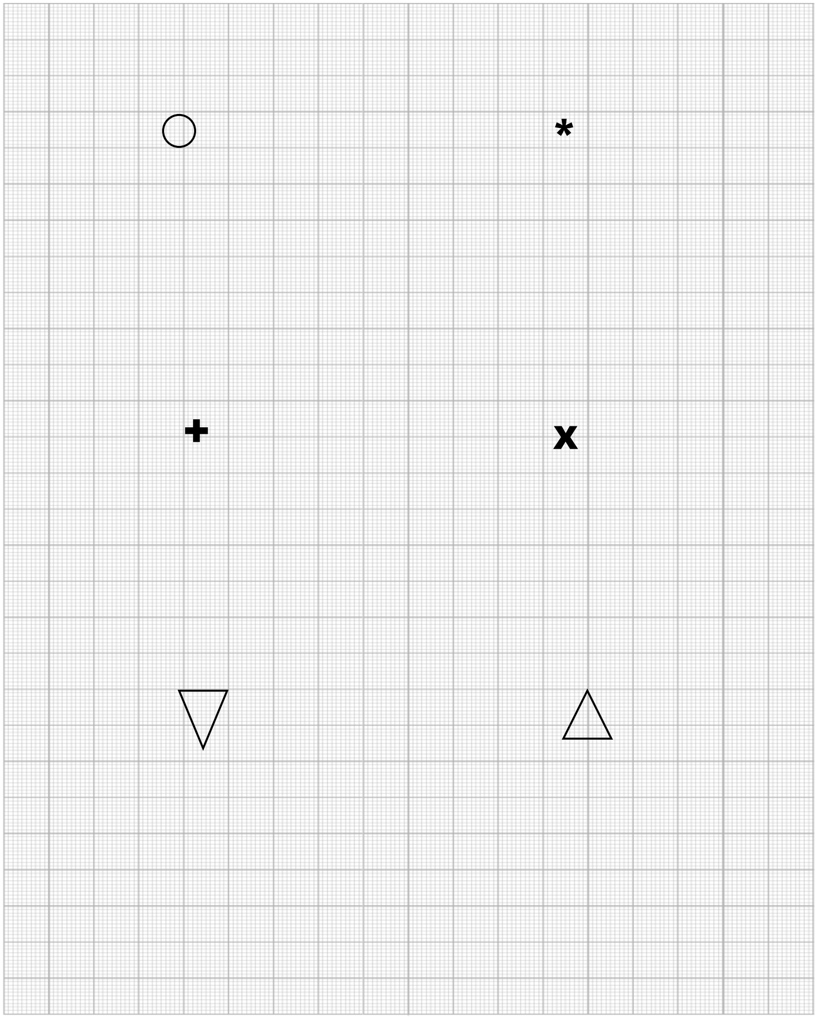
São ainda PROIBIDAS as escalas obtidas pelo Produto de
VALORES PERMITIDOS COM VALORES PROIBIDOS

(2) AS ESCALAS DEVEM PERMITIR QUE OS PONTOS EXPERIMENTAIS OCUPEM MAIS DO QUE 50% DE CADA EIXO

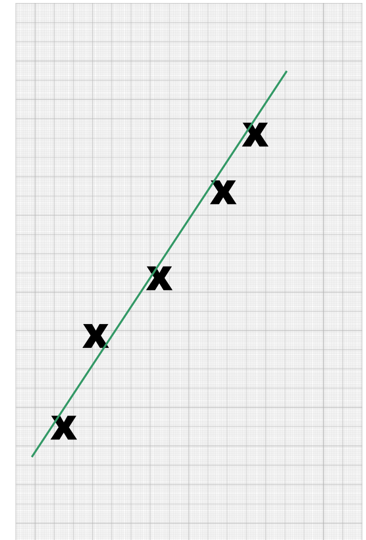




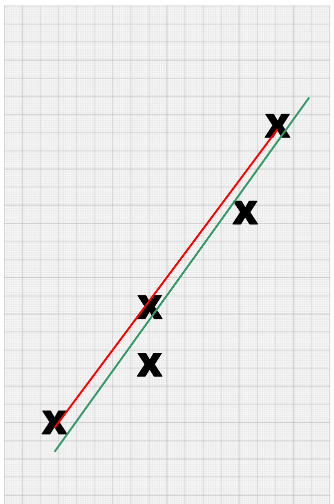
4 – COLOCAÇÃO DOS PONTOS EXPERIMENTAIS



5 – TRAÇADO DA CURVA

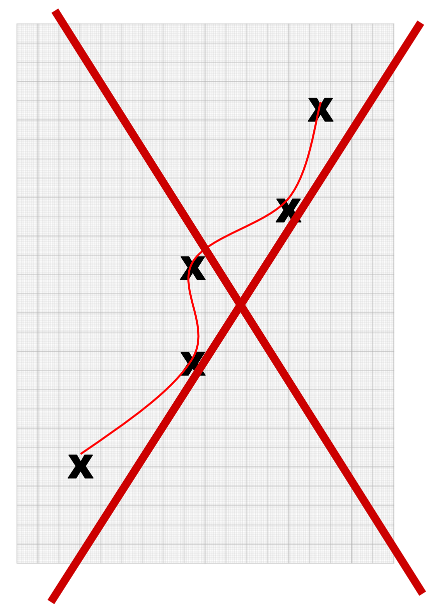


-NÃO PRECISA PASSAR SOBRE TODOS OS PONTOS
(ÀS VEZES NÃO PASSA POR PONTO ALGUM)



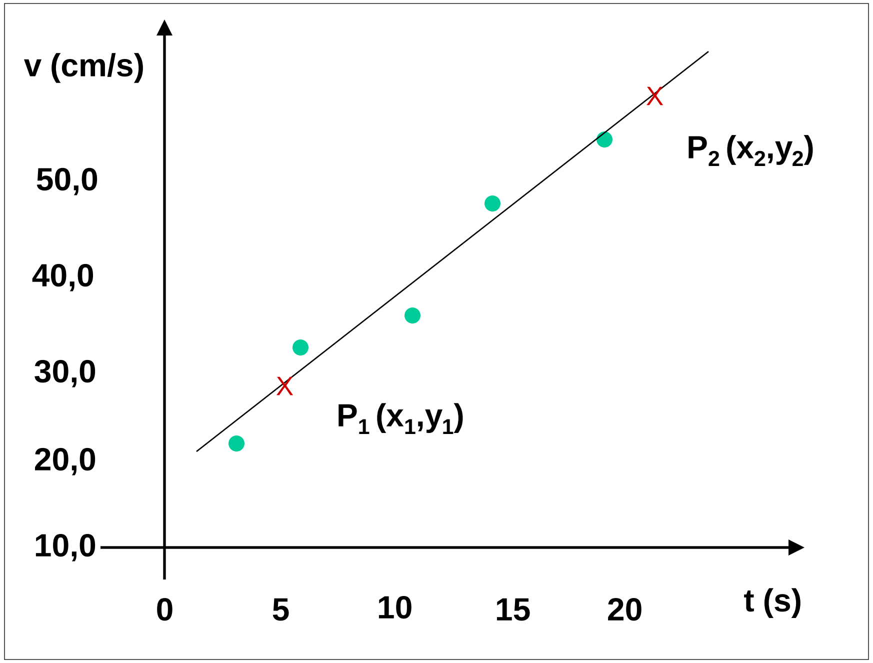
-NÃO PRECISA COMEÇAR NO PRIMEIRO PONTO
NEM TERMINAR NO ÚLTIMO PONTO

-DEVE SER TRAÇADA LEVANDO EM CONTA A
<u>TENDÊNCIA</u> DOS PONTOS EXPERIMENTAIS
(<u>NUNCA LIGAR PONTO A PONTO</u>)



OBS: DEVEMOS ESCREVER NO GRÁFICO APENAS AS
INFORMAÇÕES ESSENCIAIS (INCLUSIVE <u>LEGENDAS</u>)

6 – OBTENÇÃO DAS GRANDEZAS PROCURADAS



$$y'_2 = A' + B'\,x_2$$

$$y'_1 = A' + B'\,x_1$$

$$V = v_0 + a\,t$$

$$y' = A' + B'\,x'$$

Var. indep.

Var. dep.   Coef. linear   Coef. Angular

Linearizando e identificando os termos:

$y' = v$ $B' = a = ?$

$x' = t$ $A' = v_0 = ?$

$$\mathbf{B}' = \frac{\Delta \mathbf{y}'}{\Delta \mathbf{x}'} = \frac{\mathbf{y}'_2 - \mathbf{y}'_1}{\mathbf{x}'_2 - \mathbf{x}'_1}$$

$$\left[B'\right] = \frac{\left[\Delta y'\right]}{\left[\Delta x'\right]}$$

A' = ?

$$\mathbf{y}'_1 = \mathbf{A}' + \frac{\mathbf{y}'_2 - \mathbf{y}'_1}{\mathbf{x}'_2 - \mathbf{x}'_1}\mathbf{x}'_1$$

$$\left[A'\right] = \left[y'\right]$$

EXERCÍCIO

UM BLOCO DE MASSA <u>m</u>, AO DESLIZAR EM UM PLANO HORIZONTAL SEM ATRITO, COMPRIME UMA MOLA COLOCADA EM SEU CAMINHO, ATÉ ALCANÇAR O REPOUSO. SE <u>v</u> É A VELOCIDADE DO BLOCO E <u>x</u> A DEFORMAÇÃO SOFRIDA PELA MOLA, A RELAÇÃO EXISTENTE ENTRE <u>m</u>, <u>v</u> E <u>x</u> É

$$x = \sqrt{\frac{m}{k}}\, v,$$

ONDE <u>k</u> É A CONSTANTE ELÁSTICA DA MOLA. A SEGUIR VOCÊ ENCONTRA VALORES MEDIDOS DE <u>x</u> PARA BLOCOS DE MASSA <u>m.</u>

m (10^{-3}kg)	9,79	20,10	30,06	39,57	51,36
x (10^{-2}m)	1,623	2,199	2,794	3,200	3,498

(a) LINEARIZE A EQUAÇÃO, IDENTIFICANDO CADA UM DOS TERMOS.

(b) CONSTRUA O GRÁFICO PARA OS PONTOS DA EQUAÇÃO LINEARIZADA.

(c) SE v = 0,500 m/s, DETERMINE O VALOR DE k COM SUA RESPECTIVA UNIDADE.

(a) LINEARIZE A EQUAÇÃO, IDENTIFICANDO CADA UM DOS TERMOS.

$$x = \sqrt{\frac{m}{k}}\, v \longrightarrow y' = A' + B' x'$$

Y' E X' SEMPRE ESTÃO RELACIONADOS COM AS VARIÁVEIS DA TABELA !!!!!

$\mathbf{y'} = x$ $\rightarrow$ variável **dependente**

$\mathbf{x'} = \sqrt{\mathbf{m}}$ $\rightarrow$ variável **independente**

$\mathbf{B'} = \dfrac{\mathbf{v}}{\sqrt{\mathbf{k}}}$ $\rightarrow$ coeficiente ou **parâmetro angular**

$\mathbf{A'} = \mathbf{0}$ $\rightarrow$ coeficiente ou **parâmetro linear**

(b) CONSTRUA O GRÁFICO PARA OS PONTOS DA EQUAÇÃO LINEARIZADA.

$y' = x\ (10^{-2}m)$	1,623	2,199	2,794	3,200	3,498
$x' = \sqrt{m}\left(\sqrt{kg}\right)$	0,098$\underline{9}$4	0,141$\underline{7}$74	0,173$\underline{3}$78	0,198$\underline{9}$22	0,226$\underline{6}$27

→ escala no eixo x' :

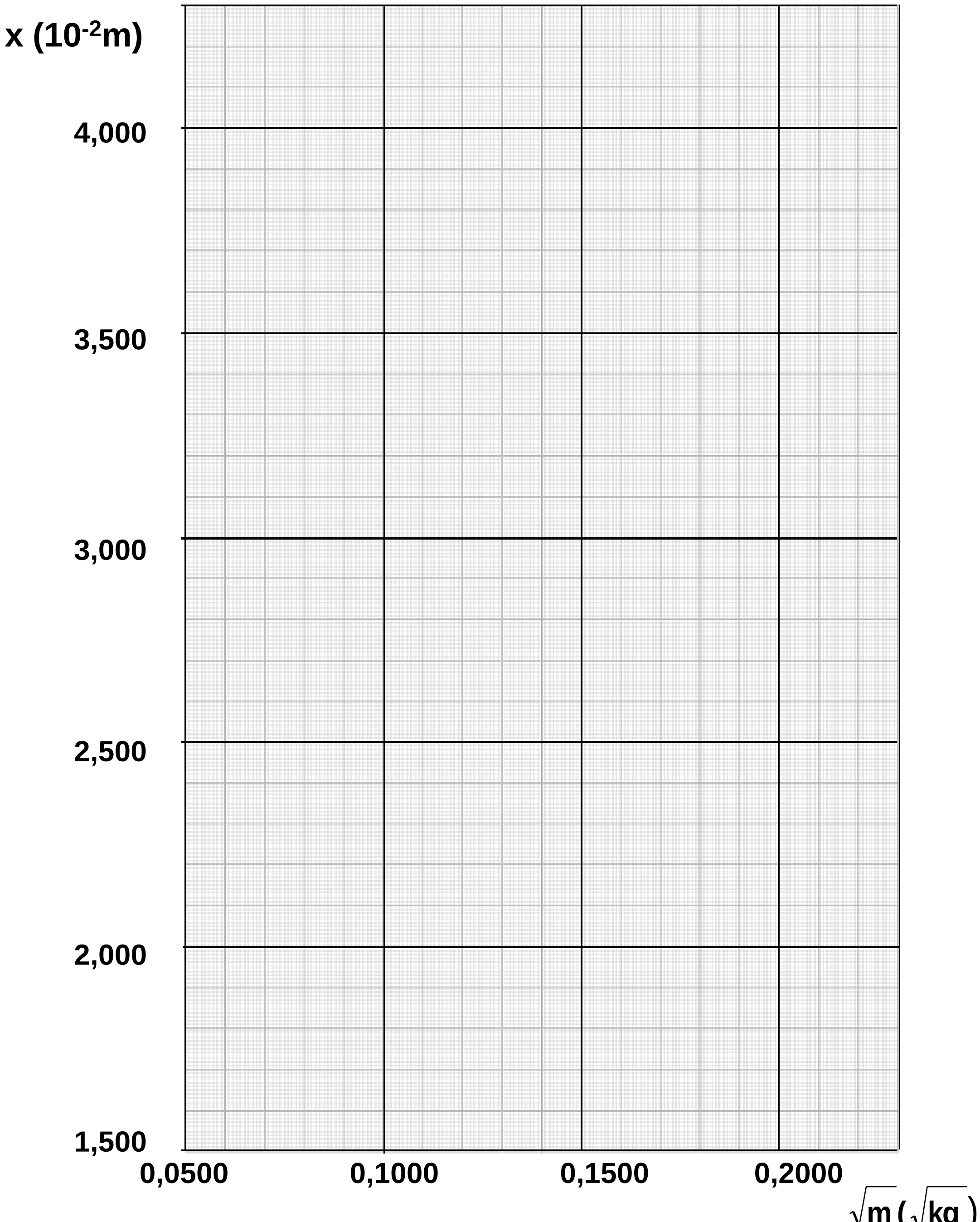
$$\Delta x'_{max} = x'_{maior} - x'_{menor} = 0{,}226627 - 0{,}09894 = 0{,}127687\ldots$$

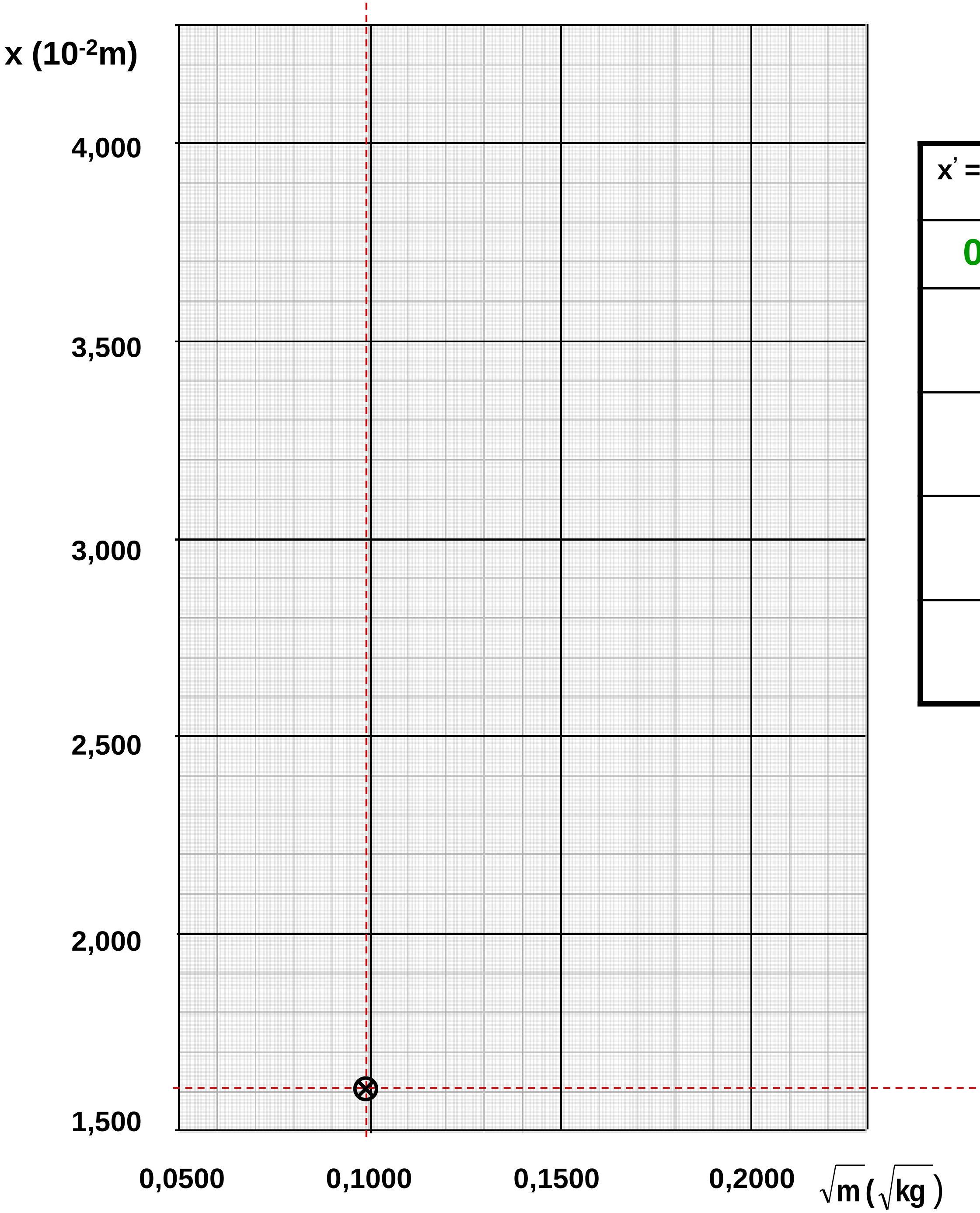
$$\frac{\Delta x'_{max}}{n^{o}\ cm\ \ no\ \ eixo\ x'} = \frac{0{,}127687}{18} = 0{,}00709372\quad 2\ldots \Rightarrow 0{,}008\ \frac{\sqrt{kg}}{cm} \Rightarrow 0{,}01\ \frac{\sqrt{kg}}{cm}$$

→ escala no eixo y' :

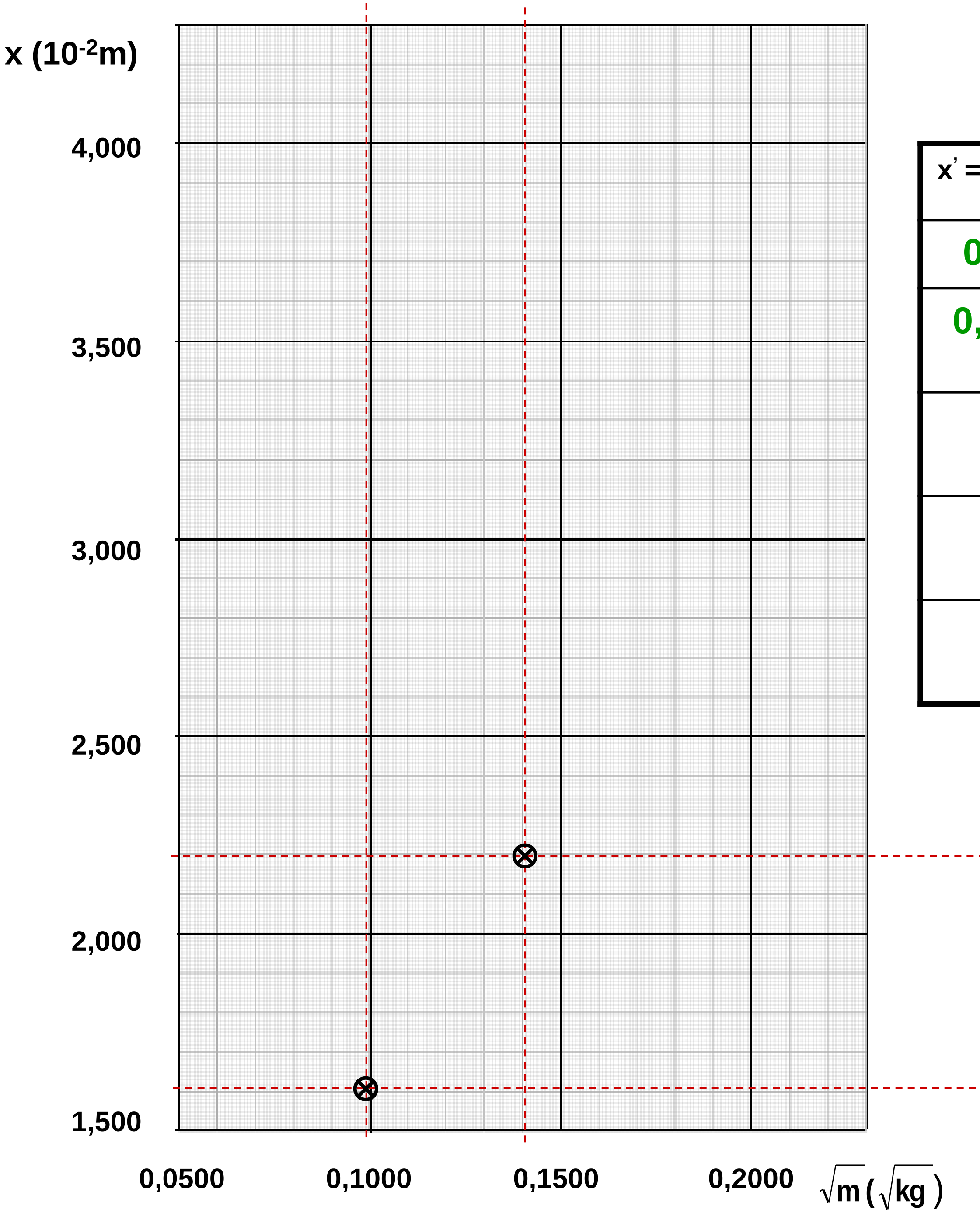
$$\Delta y'_{max} = y'_{maior} - y'_{menor} = 0{,}03498 - 0{,}01623 = 0{,}01875\ \ldots$$

$$\frac{\Delta y'_{max}}{n^{o}\ cm\ \ no\ \ eixo\ y'} = \frac{0{,}01875}{28} = 0{,}0006696\quad \ldots \Rightarrow 0{,}001\ \frac{m}{cm} \Rightarrow 0{,}1\ \ x\ 10^{-2}\ \frac{m}{cm}$$

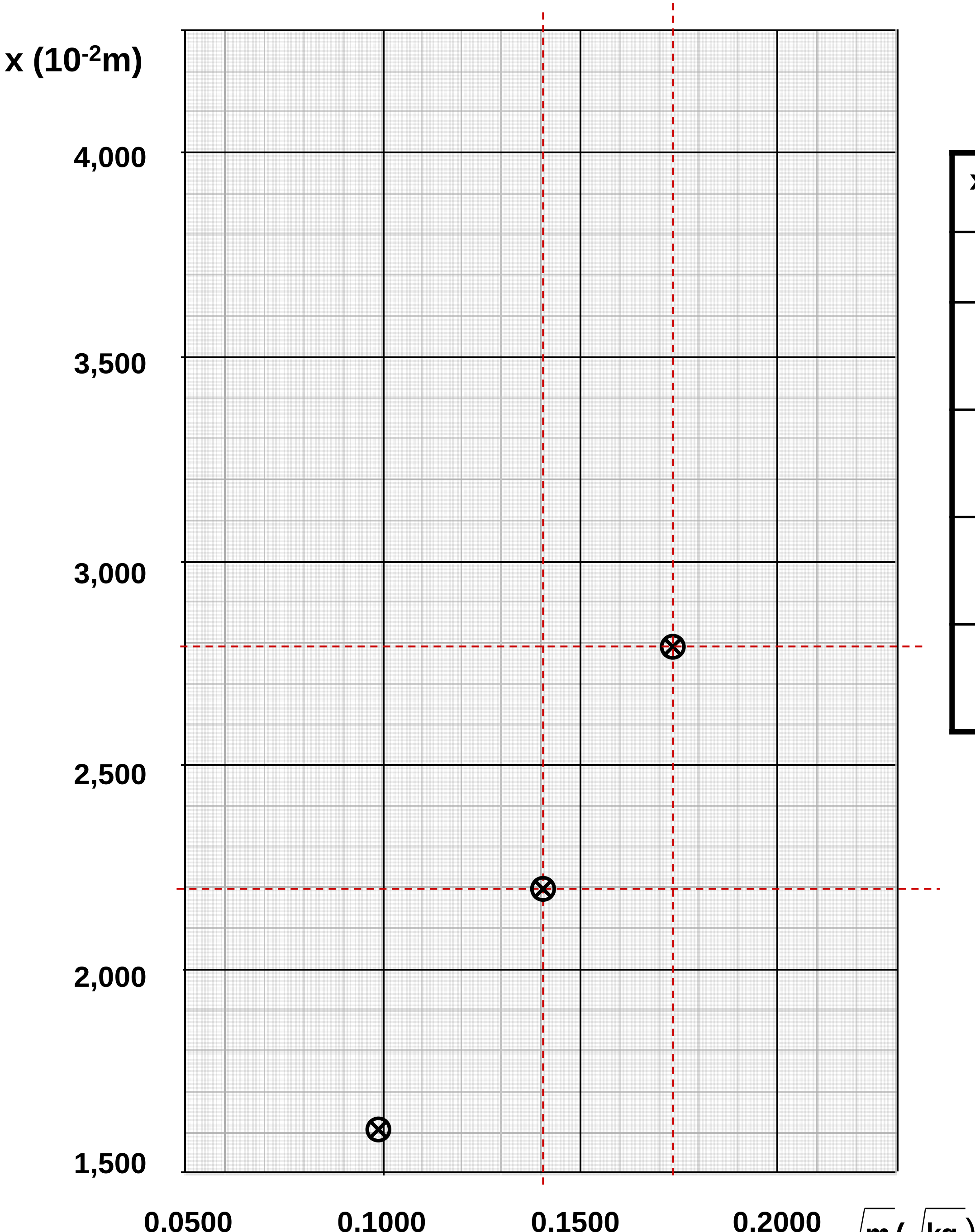

x (10^{-2}m)
4,000
3,500
3,000
2,500
2,000
1,500
0,0500
0,1000
0,1500
0,2000
$\sqrt{m}$ ($\sqrt{kg}$)



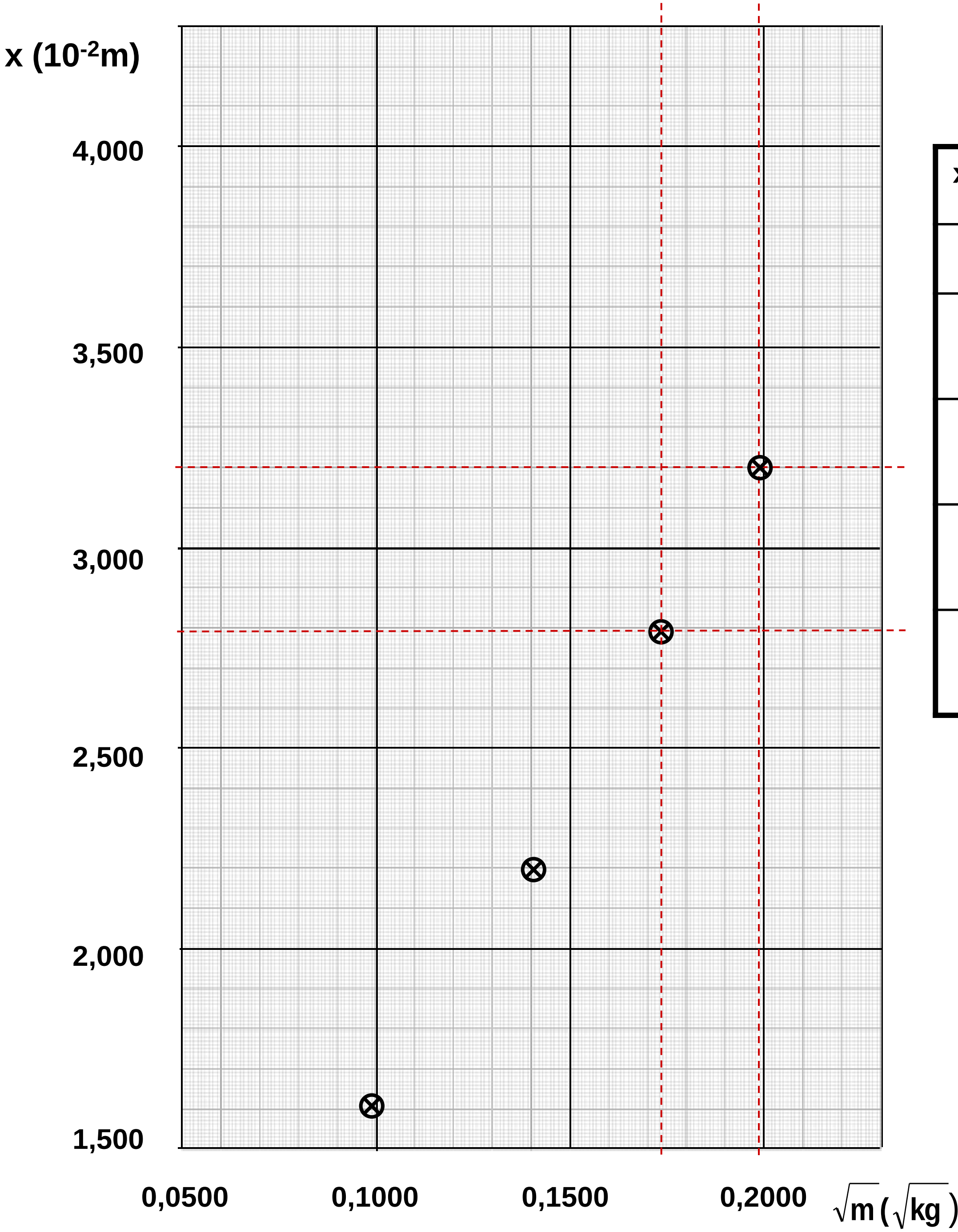
$x' = \sqrt{m}\ (\sqrt{kg})$	$y' = x\ (10^{-2}m)$
0,09894	1,623



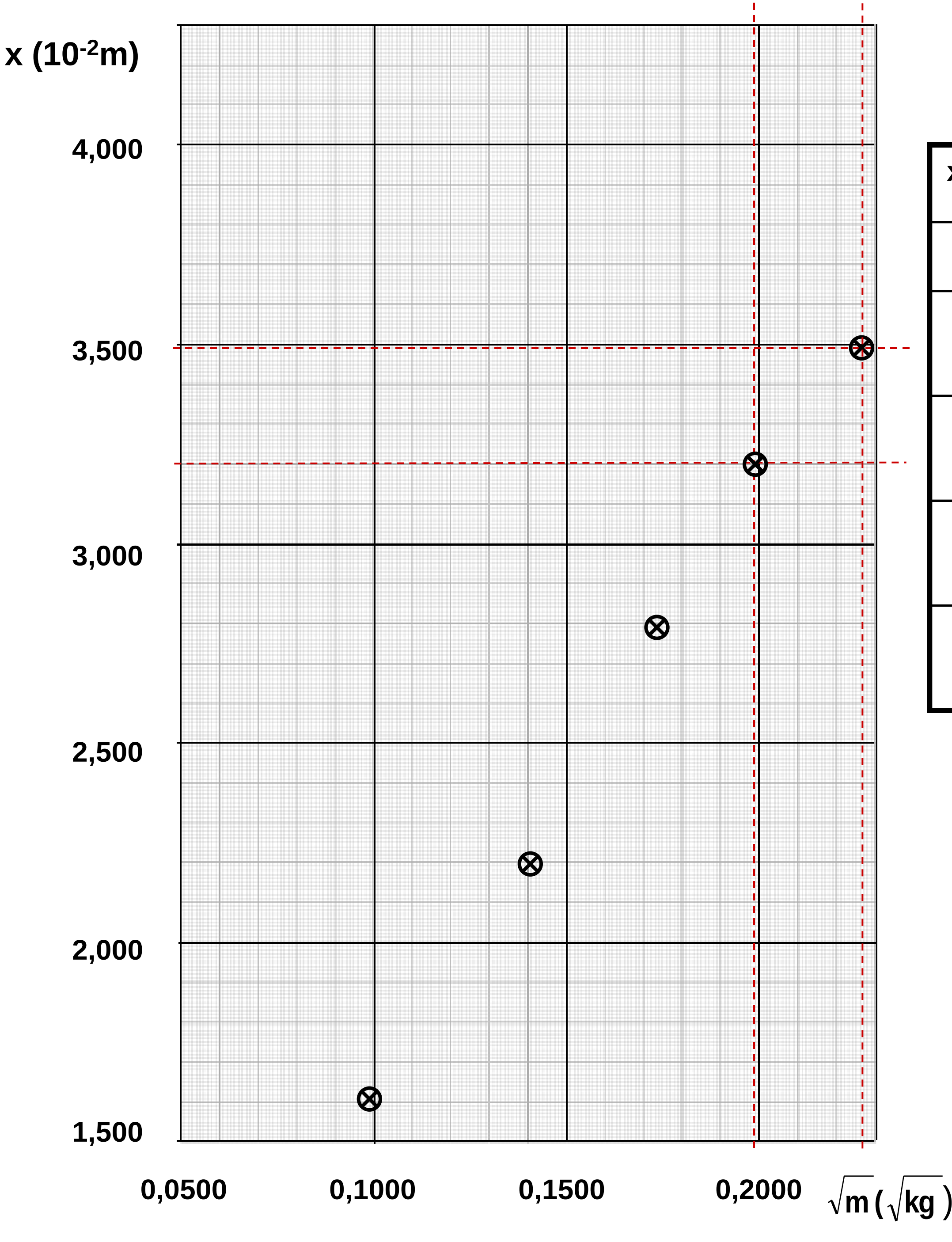
$x' = \sqrt{m}\ (\sqrt{kg})$	$y' = x\ (10^{-2}m)$
0,09894	1,623
0,141774	2,199



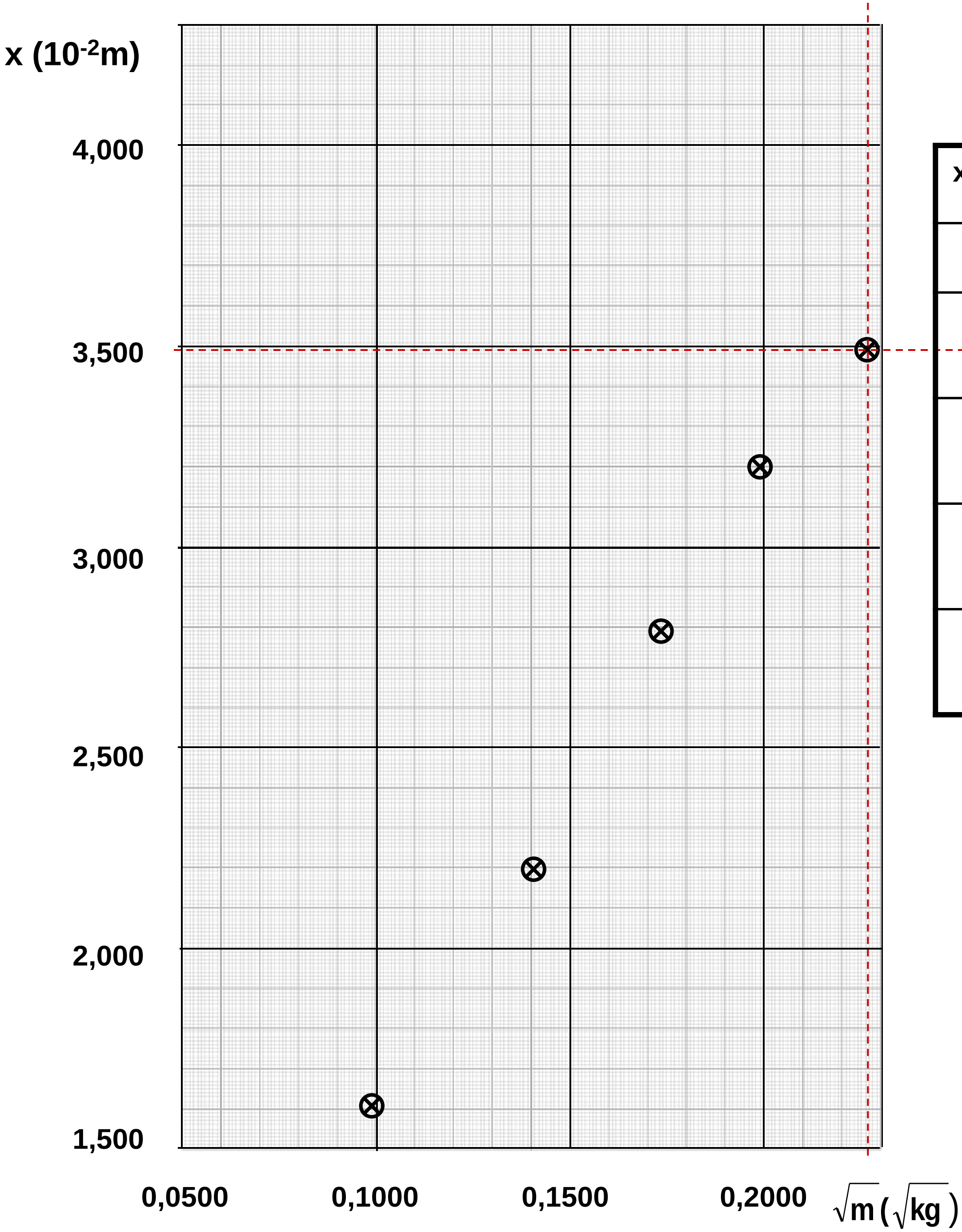
$x' = \sqrt{m}\ (\sqrt{kg})$	$y' = x\ (10^{-2}m)$
$0{,}098\underline{9}4$	1,623
$0{,}141\underline{7}74$	2,199
$0{,}173\underline{3}78$	2,794



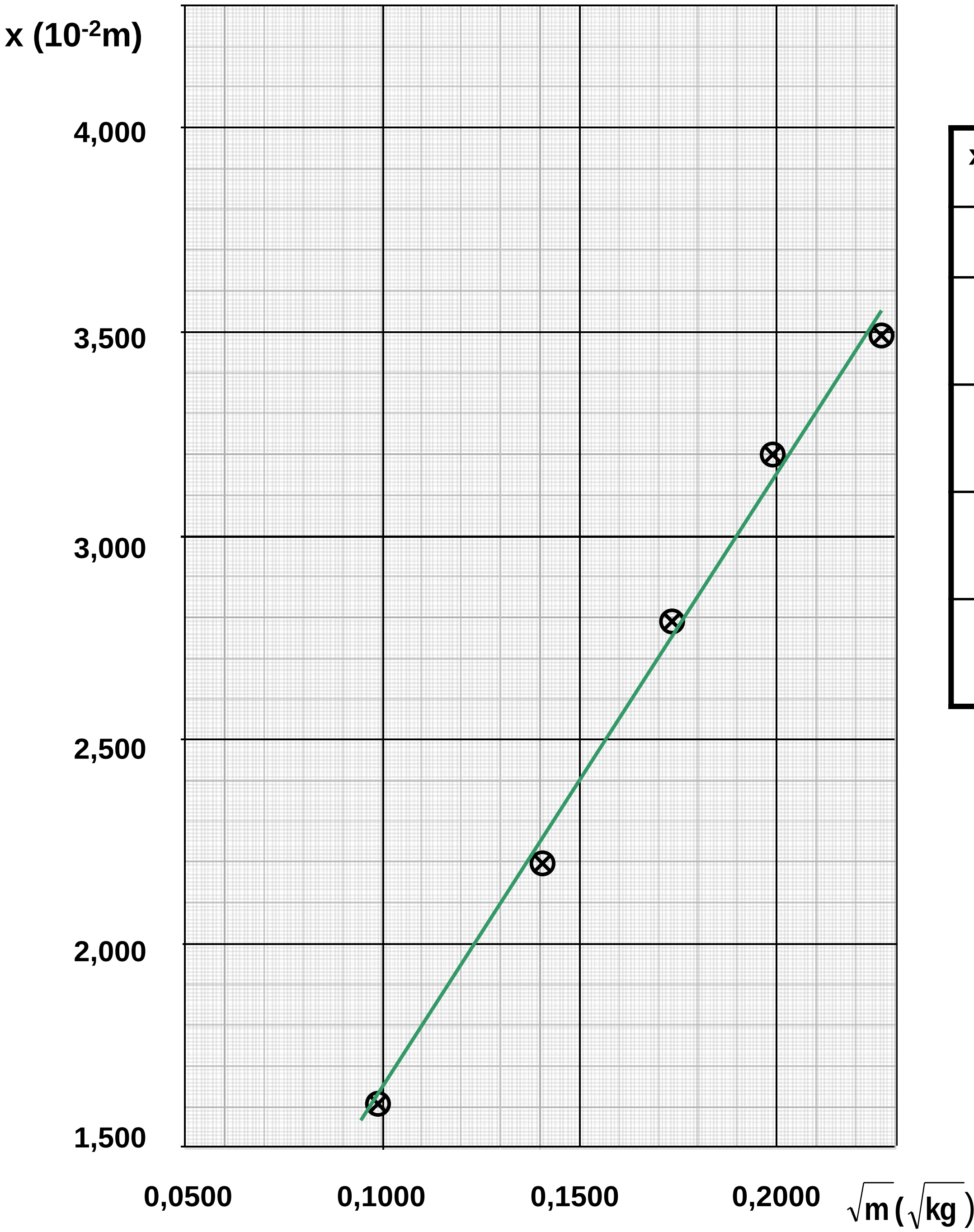
x' = $\sqrt{m}\left(\sqrt{kg}\right)$	y' = x (10^{-2}m)
0,09894	1,623
0,141774	2,199
0,173378	2,794
0,198922	3,200



x' = $\sqrt{m}\left(\sqrt{kg}\right)$	y' = x (10^{-2}m)
0,09894	1,623
0,141774	2,199
0,173378	2,794
0,198922	3,200
0,226627	3,498



x' = $\sqrt{m}$ ($\sqrt{kg}$)	y' = x (10^{-2}m)
0,09894	1,623
0,141774	2,199
0,173378	2,794
0,198922	3,200
0,226627	3,498



x' = $\sqrt{m}\left(\sqrt{kg}\right)$	y' = x (10^{-2}m)
0,09894	1,623
0,141774	2,199
0,173378	2,794
0,198922	3,200
0,226627	3,498

(c) SE v = 0,500 m/s, DETERMINE O VALOR DE k COM SUA RESPECTIVA UNIDADE

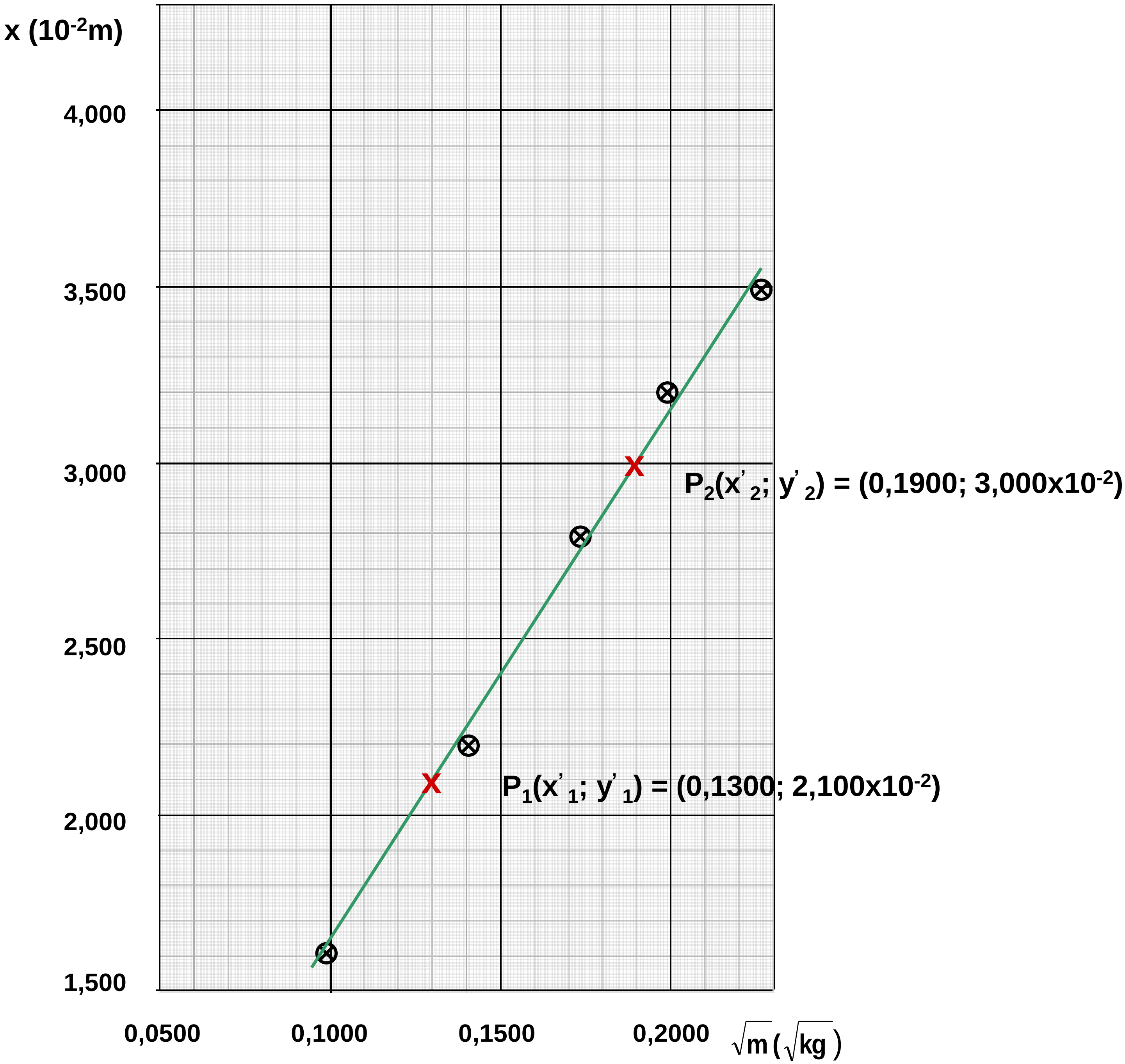
→ **PELA LINEARIZAÇÃO:**

$$B' = \frac{v}{\sqrt{k}}$$

→ **MAS**

$$B' = \frac{\Delta y'}{\Delta x'} = \frac{y'_2 - y'_1}{x'_2 - x'_1}$$

→ **ENTÃO, PARA OS PONTOS P_1 E P_2 A SEGUIR TIRADOS DA RETA TRAÇADA (PONTOS NÃO EXPERIMENTAIS, MAS COM COORDENADAS BEM DEFINIDAS):**


x (10^{-2}m)
4,000
3,500
3,000
2,500
2,000
1,500
0,0500
0,1000
0,1500
0,2000
$\sqrt{m}$ ($\sqrt{kg}$)
$P_2(x'_2; y'_2) = (0,1900; 3,000x10^{-2})$
$P_1(x'_1; y'_1) = (0,1300; 2,100x10^{-2})$

(c) SE v = 0,500 m/s, DETERMINE O VALOR DE k COM SUA RESPECTIVA UNIDADE

→ **PELA LINEARIZAÇÃO:**

$$B' = \frac{v}{\sqrt{k}}$$

→ **MAS**

$$B' = \frac{\Delta y'}{\Delta x'} = \frac{y'_2 - y'_1}{x'_2 - x'_1}$$

→ **ENTÃO, PARA OS PONTOS P_1 E P_2 A SEGUIR TIRADOS DA RETA TRAÇADA (PONTOS NÃO EXPERIMENTAIS, MAS COM COORDENADAS BEM DEFINIDAS):**

$P_1(x'_1;y'_1) = (0,1300;2,100\times10^{-2})$

$P_2(x'_2;y'_2) = (0,1900;3,000\times10^{-2})$

$P_1(x'_1;y'_1) = (0,1300;2,100x10^{-2})$

$P_2(x'_2;y'_2) = (0,1900;3,000x10^{-2})$

$$B' = \frac{\Delta y'}{\Delta x'} = \frac{y'_2 - y'_1}{x'_2 - x'_1} = \frac{X_2 - X_1}{\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}}$$

Uma vez que

$$\begin{cases} x' = \sqrt{m} \\ y' = x \end{cases}$$

$$B' = \frac{(3,000 - 2,100)10^{-2}}{(0,1900 - 0,1300)} = \frac{0,900x10^{-2}}{0,0600} = 0,150$$

$$[B'] = \frac{[\Delta y']}{[\Delta x']} = \frac{[\Delta x]}{[\Delta \sqrt{m}]} = \frac{m}{\sqrt{kg}}$$

$$\boxed{B' = 0,150 \frac{m}{\sqrt{kg}}}$$

$$B' = \frac{v}{\sqrt{k}} \longrightarrow \sqrt{k} = \frac{v}{B'} \longrightarrow k = \left(\frac{v}{B'}\right)^2$$

$$k = \left(\frac{0{,}500}{0{,}150}\right)^2 = 11{,}\overline{1}\,11\ldots$$

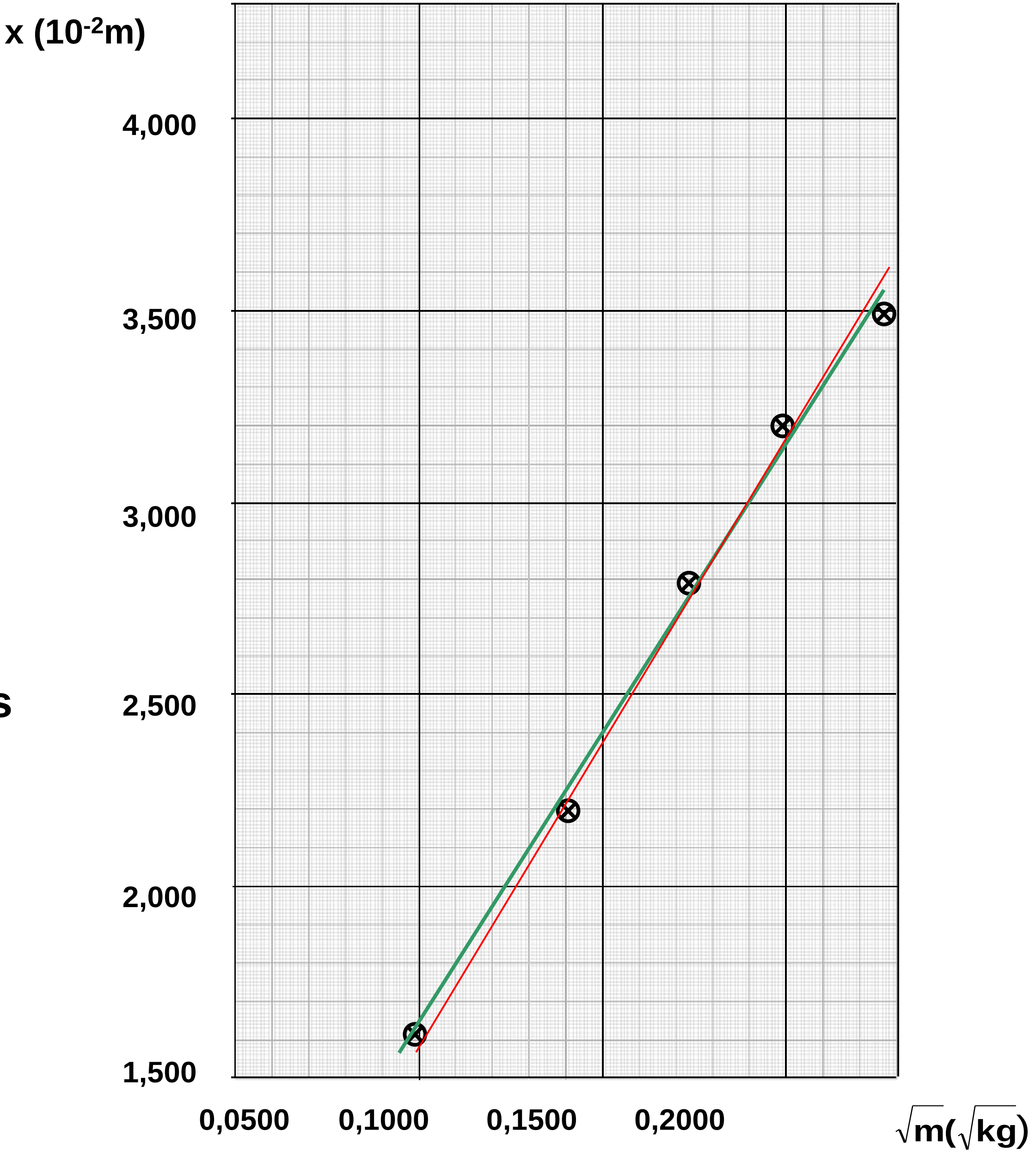
$$[k] = \left(\frac{[v]}{[B']}\right)^2 = \left(\frac{m/s}{m/\sqrt{kg}}\right)^2 = \frac{kg}{s^2} = \frac{N}{m}$$

$$\boxed{k = 11{,}\overline{1}\ N/m}$$

Ambiguidade no traçado

manual da curva de ajuste

Podemos encontrar valores diferentes para A e B!



REGRESSÃO LINEAR

EQUAÇÕES DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Se temos um conjunto de N pontos experimentais (x_i,y_i)

Y (unidade)	Y_1	Y_2	Y_3	...	Y_N
X (unidade)	X_1	X_2	X_3	...	X_N

representados graficamente pela reta (equação do fenômeno)

$$Y = A + B X ,$$

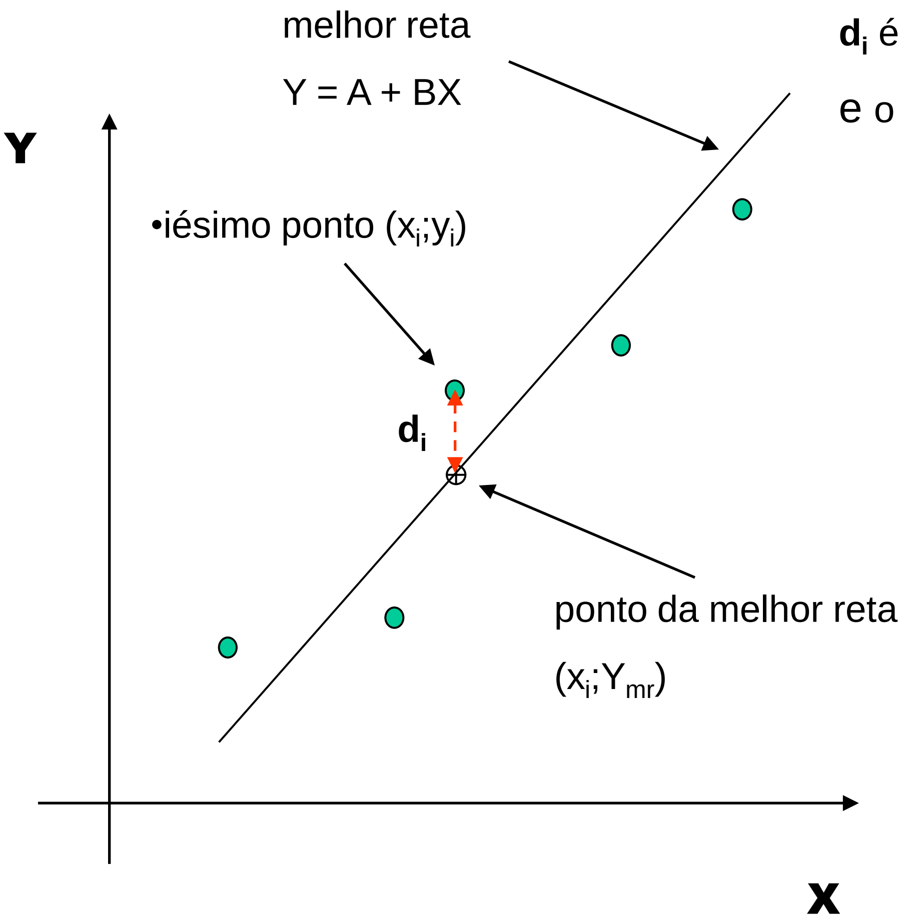
propomos a seguinte questão:

QUAL O <u>MELHOR A</u> E O <u>MELHOR B</u> QUE NOS FORNECEM A RETA QUE <u>MELHOR REPRESENTA</u> OS PONTOS EXPERIMENTAIS?

↓

O <u>MELHOR A</u> E O <u>MELHOR B</u> SÃO DADOS PELAS <u>EQUAÇÕES DOS MÍNIMOS QUADRADOS</u>

Equação dos Mínimos Quadrados



d_i é a distância, na vertical, entre a melhor reta e o iésimo ponto experimental

a condição para obtenção da melhor reta é:

$$\sum_{i=1}^{N} d_i^2 = mínimo$$

$$\mathbf{d_i} = Y_{mr} - y_i$$

$$Y_{mr} = A + Bx_i$$

$$\mathbf{d_i} = A + Bx_i - y_i$$

$$\mathbf{d_i^2} = (A + Bx_i - y_i)\,.\,(A + Bx_i - y_i)$$

$$d_i^2 = (A + Bx_i - y_i).(A + Bx_i - y_i)$$

$$d_i^2 = A^2 + 2ABx_i - 2Ay_i + B^2 x_i^2 - 2Bx_i y_i + y_i^2$$

$$\sum_{i=1}^{N} d_i^2 = \underbrace{\sum_{i=1}^{N} A^2}_{NA^2} + 2AB\sum_{i=1}^{N} x_i - 2A\sum_{i=1}^{N} y_i + B^2 \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - 2B\sum_{i=1}^{N} x_i y_i + \sum_{i=1}^{N} y_i^2$$

Como $\mathbf{x_i}$ e $\mathbf{y_i}$ são valores fixos (pontos experimentais), a melhor reta é obtida ajustando os valores de **A** e de **B** $\Rightarrow$ $\sum_{i=1}^{N} d_i^2 = f(A, B)$

$$\sum_{i=1}^{N} d_i^2 \quad \text{ser mínimo} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \dfrac{\partial \sum_{i=1}^{N} d_i^2}{\partial A} = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial \sum_{i=1}^{N} d_i^2}{\partial B} = 0 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{N} d_i^2 = NA^2 + 2AB\sum_{i=1}^{N} x_i - 2A\sum_{i=1}^{N} y_i + B^2\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - 2B\sum_{i=1}^{N} x_i y_i + \sum_{i=1}^{N} y_i^2$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{N} d_i^2}{\partial A} = 2(NA + B\sum_{i=1}^{N} x_i - \sum_{i=1}^{N} y_i) = 0 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{-B\sum_{i=1}^{N} x_i + \sum_{i=1}^{N} y_i}{N}$$ •I

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{N} d_i^2}{\partial B} = 2(A\sum_{i=1}^{N} x_i + B\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \sum_{i=1}^{N} x_i y_i) = 0 \quad \Rightarrow \quad B\sum_{i=1}^{N} x_i^2 = \sum_{i=1}^{N} x_i y_i - A\sum_{i=1}^{N} x_i$$ •II

•substituindo a eq.I na eq.II :

$$B\sum_{i=1}^{N} x_i^2 = \sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \left(\frac{\sum_{i=1}^{N} y_i - B\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} \right) \sum_{i=1}^{N} x_i$$ •III

multiplicando III por N :

$$NB\sum_{i=1}^{N} x_i^2 = N\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i + B\left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2$$

rearranjando :

$$NB\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - B\left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2 = B\left(N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2\right) = N\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i$$

isolando B:

$$B = \frac{N\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2}$$

substituindo B na equação I:

$$A = \frac{-B\sum_{i=1}^{N} x_i + \sum_{i=1}^{N} y_i}{N}$$

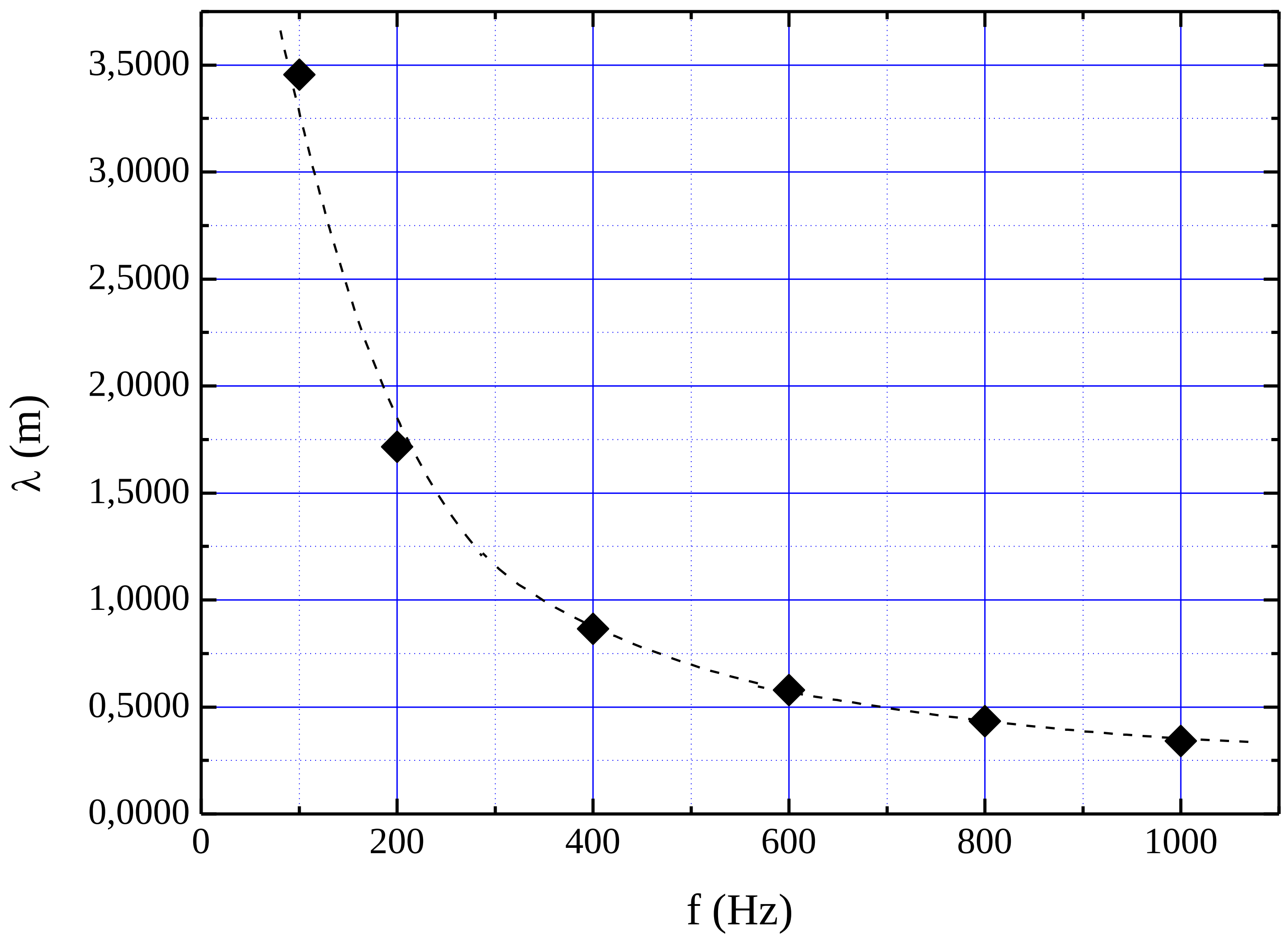
e rearranjando adequadamente, teremos:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sum_{i=1}^{N} y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} (x_i y_i)}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2}$$

EXEMPLO:

Em uma experiência para a determinação da velocidade do som no ar (v), na qual se mediu o comprimento de onda (λ) em função da freqüência (f), foram obtidos os dados da tabela a seguir:

f (Hz)	1000	800	600	400	200	100
λ (m)	0.3405	0.4340	0.5800	0.8655	1.7155	3.4556



3,5000
3,0000
2,5000
2,0000
1,5000
1,0000
0,5000
0,0000
λ (m)
0
200
400
600
800
1000
f (Hz)

Como linearizar a relação?

$$\lambda = v / f \quad \Rightarrow \quad Y = A + B X$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Y = \lambda \\ X = 1 / f \\ A = 0 \\ B = v \end{array} \right.$$

Tabela após linearização:

1/f ($\times 10^{-3}$s)	1.00	1.25	1.67	2.50	5.00	10.0
λ (m)	0.3405	0.4340	0.5800	0.8655	1.7155	3.4556

Método dos mínimos quadrados

1/f ($x10^{-3}$s)	1.00	1.25	1.67	2.50	5.00	10.0
λ (m)	0.3405	0.4340	0.5800	0.8655	1.7155	3.4556

N = 6

$\Sigma x_i = \Sigma(1/f_i) = 1,00 \times 10^{-3} + 1,25 \times 10^{-3} + \ldots + 10,0 \times 10^{-3} = 21,42 \times 10^{-3}$ s

$(\Sigma x_i)^2 = 4,588164 \times 10^{-4}$ s^2

$\Sigma x_i^2 = (1,00 \times 10^{-3})^2 + (1,25 \times 10^{-3})^2 + \ldots + (10,0 \times 10^{-3})^2 = 1,366014 \times 10^{-4}$ s^2

$\Sigma y_i = 0,3405 + 0,4340 + \ldots + 3,4556 = 7,3911$ m

$\Sigma x_i y_i = (1,00 \times 10^{-3} \times 0,3405) + \ldots + (10,0 \times 10^{-3} \times 3,4556) = 4,714885 \times 10^{-2}$ s.m

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sum_{i=1}^{N} y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} (x_i y_i)}{N \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i \right)^2}$$

A = [(1,366014 x 10^{-4} x 7,39115) – (21,42 x 10^{-3} x 4,714885 x 10^{-2})]/

[(6 x 1,366014 x 10^{-4}) – 4,588164 x 10^{-4}] = - 8,1420724 x 10^{-4} m = - 0,0008 m

$$B = \frac{N \sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i}{N \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i \right)^2}$$

B = [(6 x 4,714885 x 10^{-2}) – (21,42 x 10^{-3} x 7,3911]/

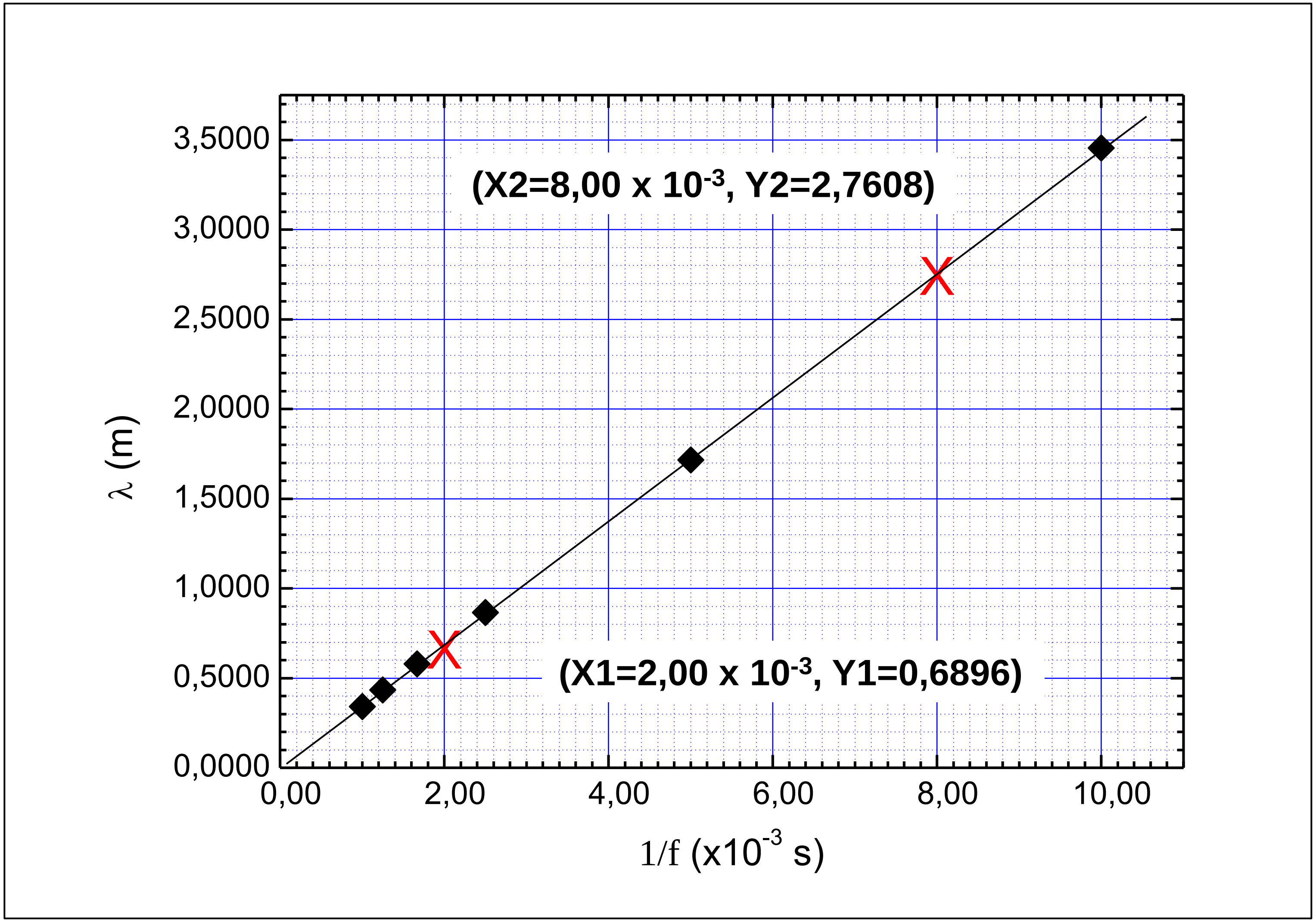
[(6 x 1,366014 x 10^{-4}) – 4,588164 x 10^{-4}] = 345,23987 m/s = 345 m/s

Então temos a melhor reta:

Y = -0.000<u>8</u> + 34<u>5</u>,2 X

Neste exemplo, escolhemos dois pontos sobre o eixo X (de fácil leitura) e calculamos o valor correspondente de Y usando a eq. da melhor reta.

Agora vamos desenhá-la no gráfico.



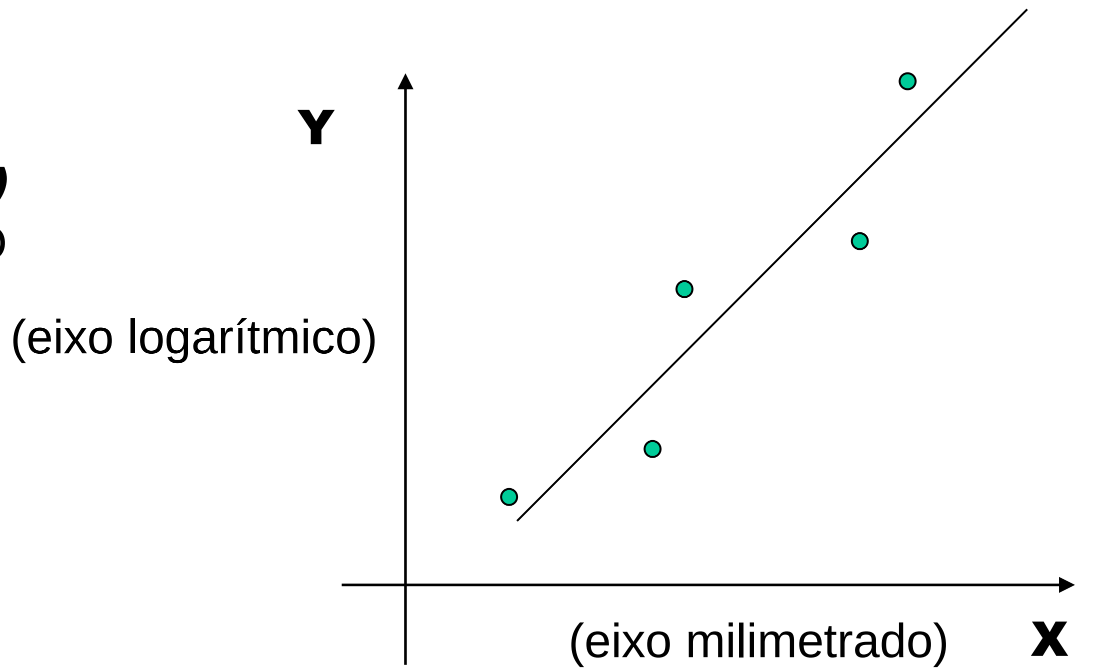
Gráficos em papel logarítmico

(2) SE A EQUAÇÃO QUE RELACIONA AS VARIÁVEIS Y E X É DO TIPO

$$\mathbf{Y = A\ e^{BX}} \quad \text{ou} \quad \mathbf{Y = A\ 10^{BX}} \quad \text{ou} \quad \mathbf{Y = A\ 2^{BX}}$$

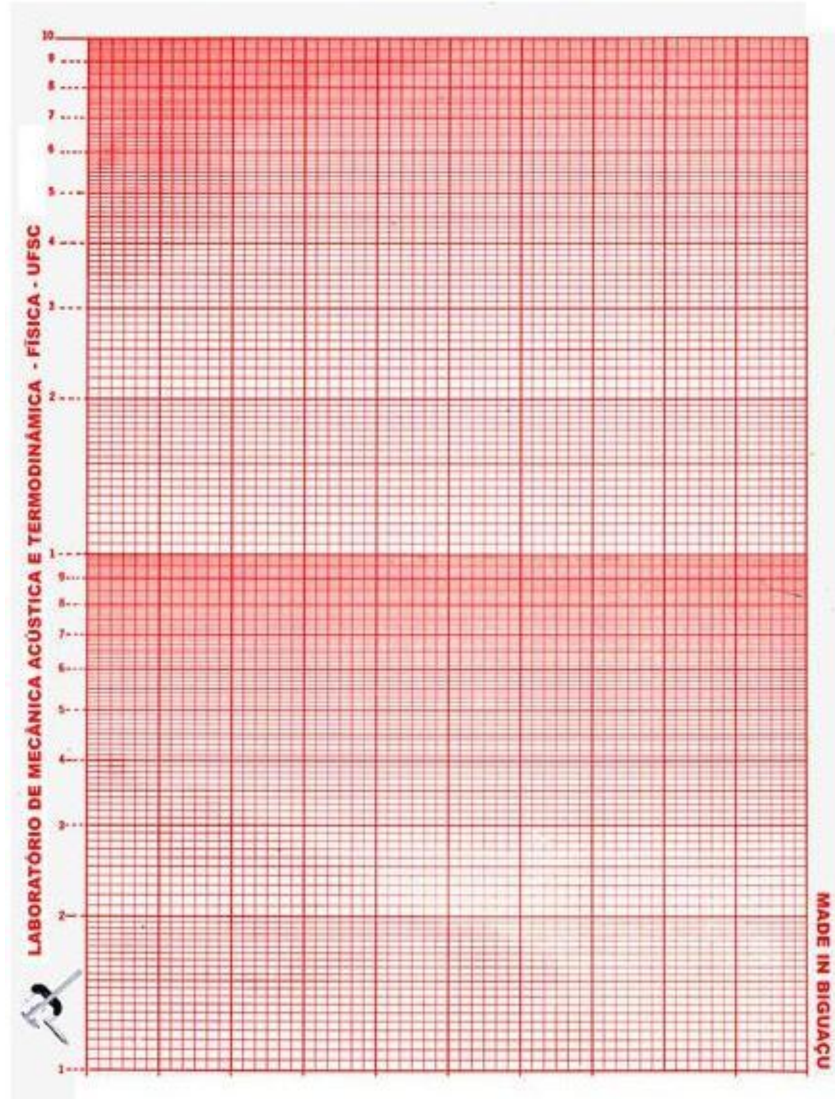
ONDE: **Y** É A VARIÁVEL **DEPENDENTE**
X É A VARIÁVEL **INDEPENDENTE**
A e **B** SÃO **CONSTANTES DESCONHECIDAS**

ESCOLHEMOS UM ***PAPEL SEMI-LOG (OU MONO-LOG)*** PARA CONSTRUIR O GRÁFICO



PAPEL
SEMILOG
OU
MONOLOG

Eixo logarítmico



Eixo linear

Gráficos em papel semilog

Quando se faz o gráfico de uma função do tipo $y = a\,e^{bx}$ em papel milimetrado, não se obtém uma reta.

Para se obter informações a respeito de um fenômeno descrito pela equação acima, é mais interessante que trabalhemos com uma reta.

Opções:

- Linearizar a equação e construir o gráfico com os pontos da equação linearizada em papel milimetrado.

- Utilizar o papel semilog.

•**EXEMPLO:**

•**Em uma experiência na qual se mediu a variação da carga (Q) de um capacitor em descarga em função do tempo (t), foram obtidos os seguintes resultados:**

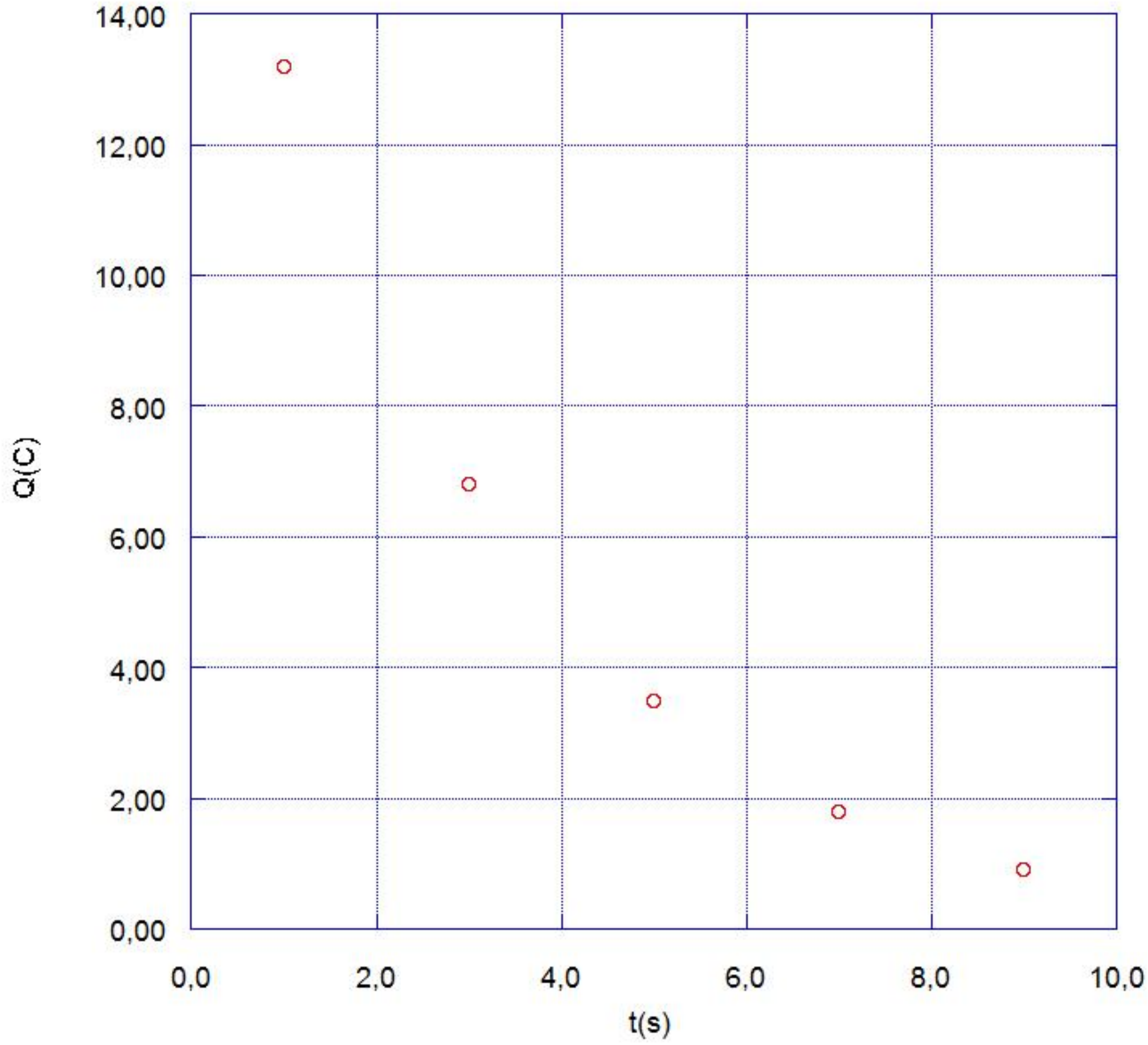
Q (C)	**13,20**	**6,80**	**3,50**	**1,80**	**0,92**
t (s)	**1,0**	**3,0**	**5,0**	**7,0**	**9,0**

Sabe-se que a equação que relaciona as variáveis é : $Q = Q_0\ e^{kt}$

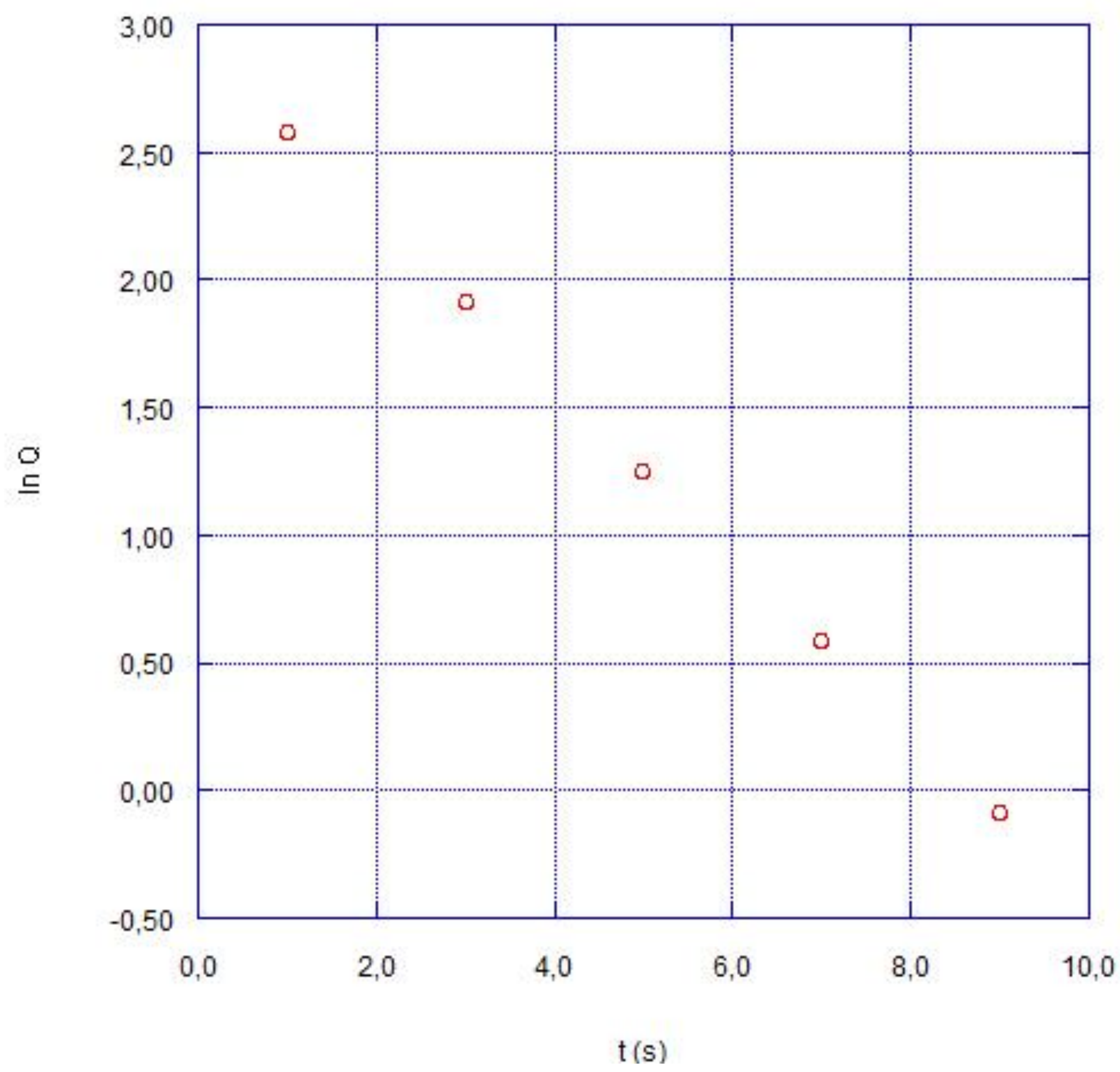
Quais os valores de Q_0 e k?

Cuidado: Se você linearizou a relação com logaritmo neperiano (ln), deve usá-lo para calcular a inclinação da reta!

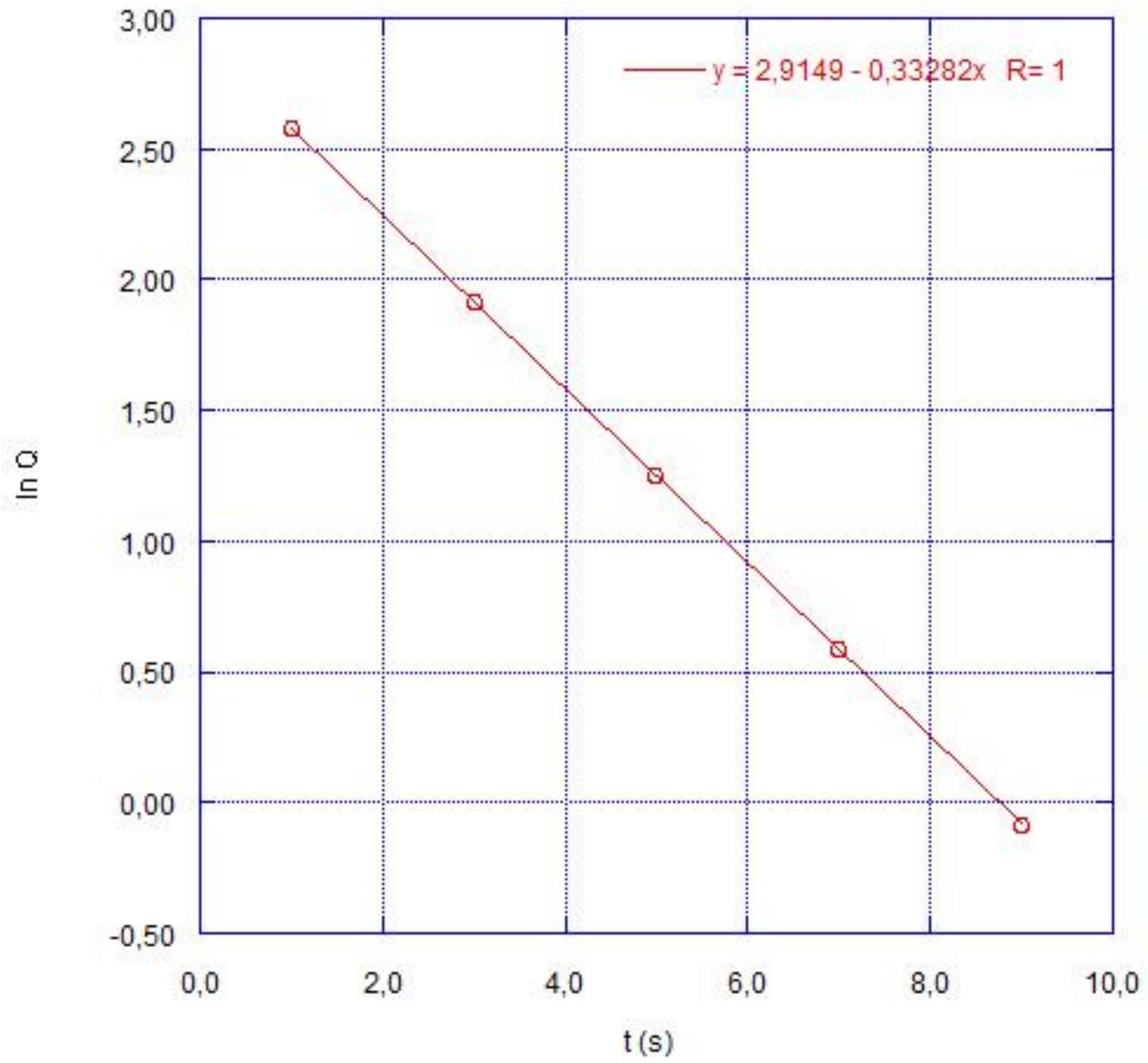
Q (C)	13,20	6,80	3,50	1,80	0,92
t (s)	1,0	3,0	5,0	7,0	9,0



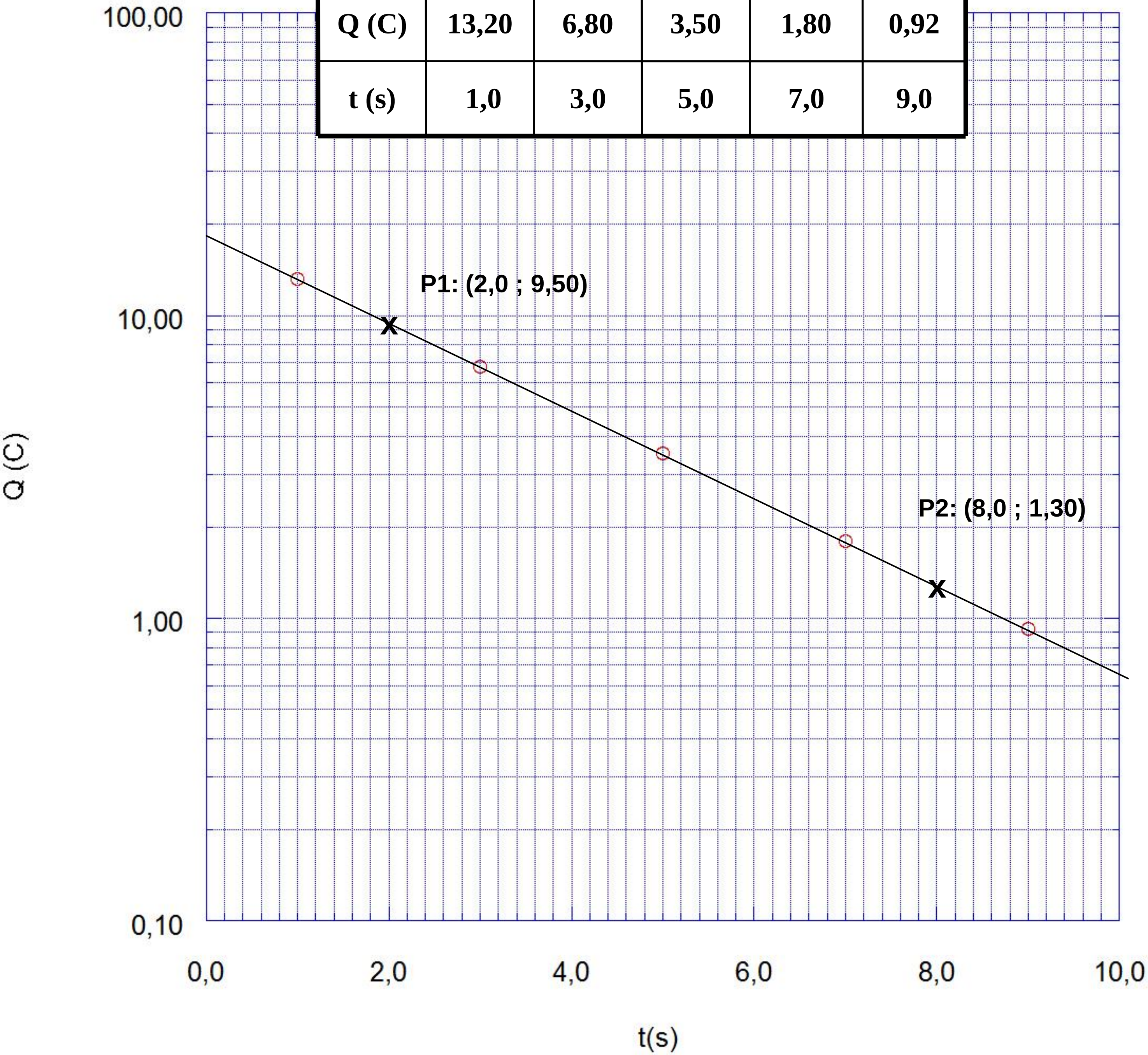
Q (C)	13,20	6,80	3,50	1,80	0,92
t (s)	1,0	3,0	5,0	7,0	9,0

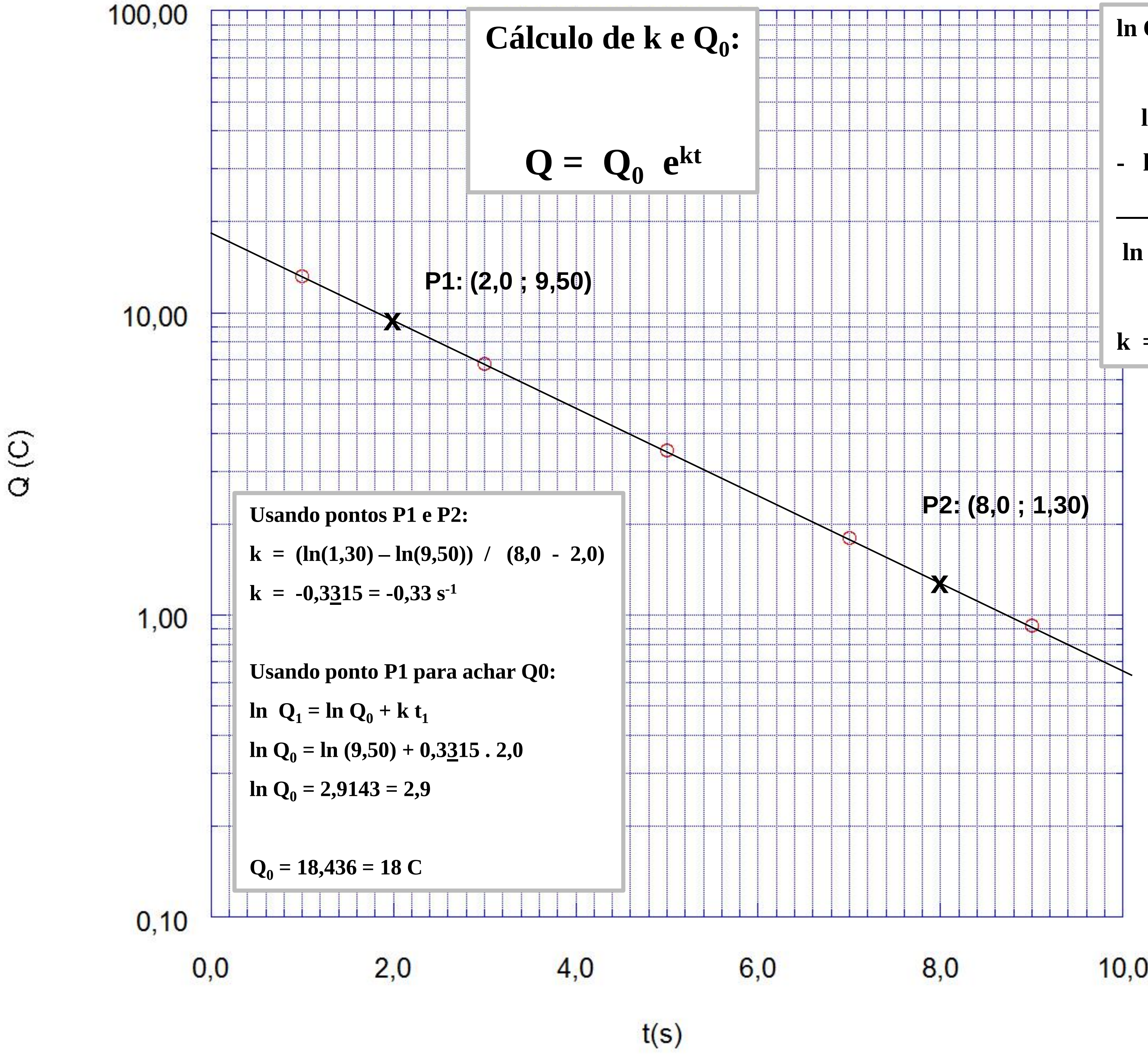


Q (C)	13,20	6,80	3,50	1,80	0,92
t (s)	1,0	3,0	5,0	7,0	9,0



Q (C)	13,20	6,80	3,50	1,80	0,92
t (s)	1,0	3,0	5,0	7,0	9,0





Cálculo de k e Q_0:

$$Q = Q_0 \ e^{kt}$$

$\ln Q = \ln Q_0 + k\,t$

$$\begin{array}{rl} & \ln Q_2 = \ln Q_0 + k\,t_2 \\ - & \ln Q_1 = \ln Q_0 + k\,t_1 \\ \hline & \ln Q_2 - \ln Q_1 = k\,t_2 - k\,t_1 \end{array}$$

$k = (\ln Q_2 - \ln Q_1) / (t_2 - t_1)$

Usando pontos P1 e P2:

$k = (\ln(1{,}30) - \ln(9{,}50)) \ / \ (8{,}0 - 2{,}0)$

$k = -0{,}3\underline{3}15 = -0{,}33 \ s^{-1}$

Usando ponto P1 para achar Q0:

$\ln Q_1 = \ln Q_0 + k\,t_1$

$\ln Q_0 = \ln(9{,}50) + 0{,}3\underline{3}15 \ . \ 2{,}0$

$\ln Q_0 = 2{,}9143 = 2{,}9$

$Q_0 = 18{,}436 = 18 \ C$

Gráficos em papel log-log

Quando se faz o gráfico de uma função do tipo $y = K\,x^n$ em papel milimetrado, se n for diferente de um também não se obtém uma reta.

Opções:

- Linearizar a equação e construir o gráfico com os pontos da equação linearizada em papel milimetrado.

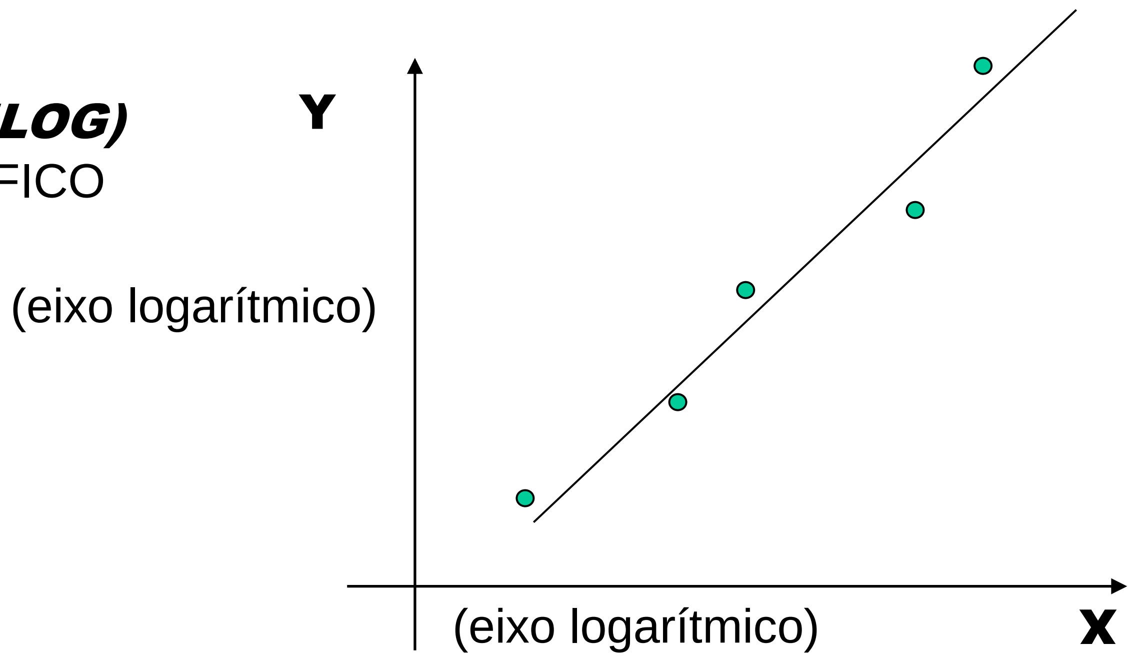
- Utilizar o papel log-log.

(3) SE A EQUAÇÃO QUE RELACIONA AS VARIÁVEIS Y E X É DO TIPO

$$Y = A X^n$$

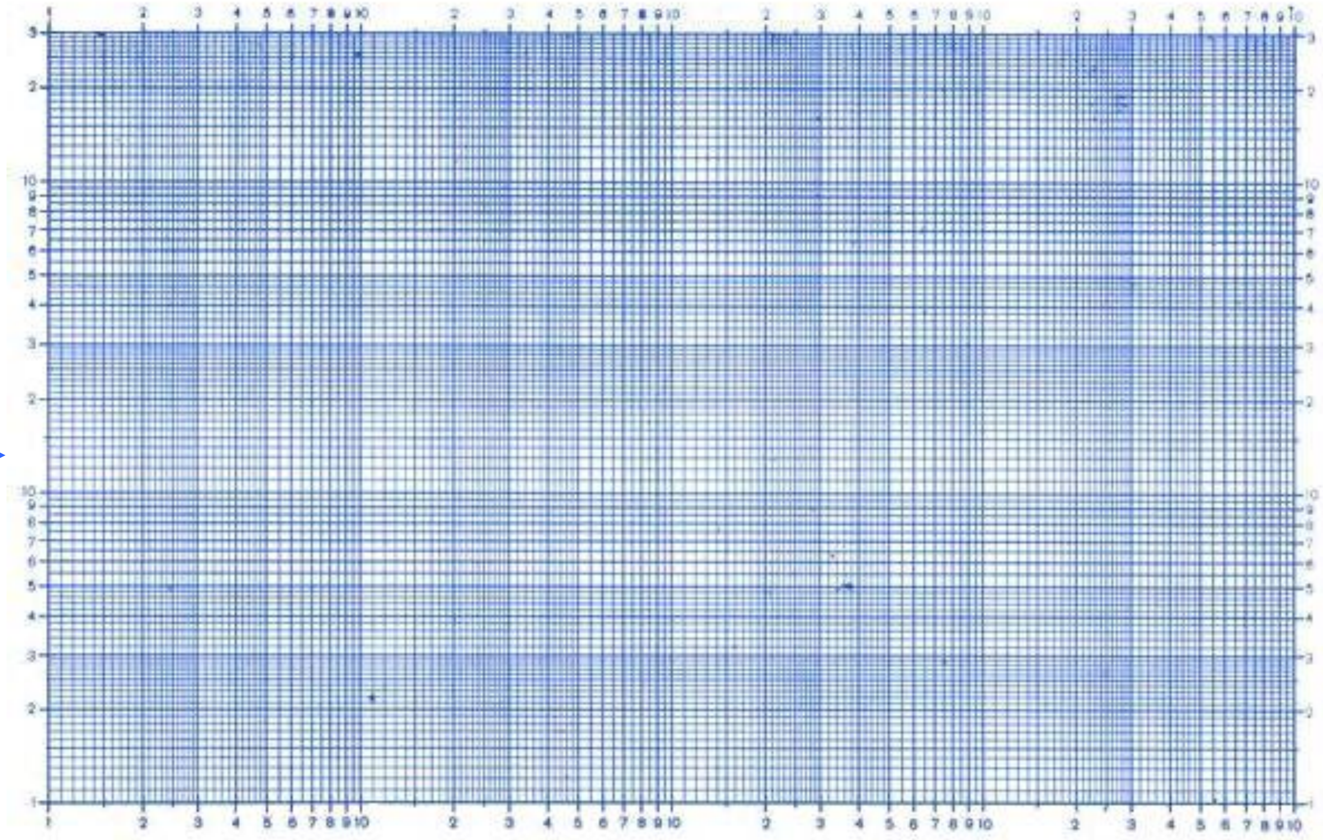
ONDE: **Y** É A VARIÁVEL **DEPENDENTE**
X É A VARIÁVEL **INDEPENDENTE**
A e **n** SÃO **CONSTANTES DESCONHECIDAS**

ESCOLHEMOS UM
PAPEL LOGLOG (OU DILOG)
PARA CONSTRUIR O GRÁFICO



PAPEL LOGLOG
OU
DILOG

Eixo logarítmico



Eixo logarítmico

EXEMPLO:

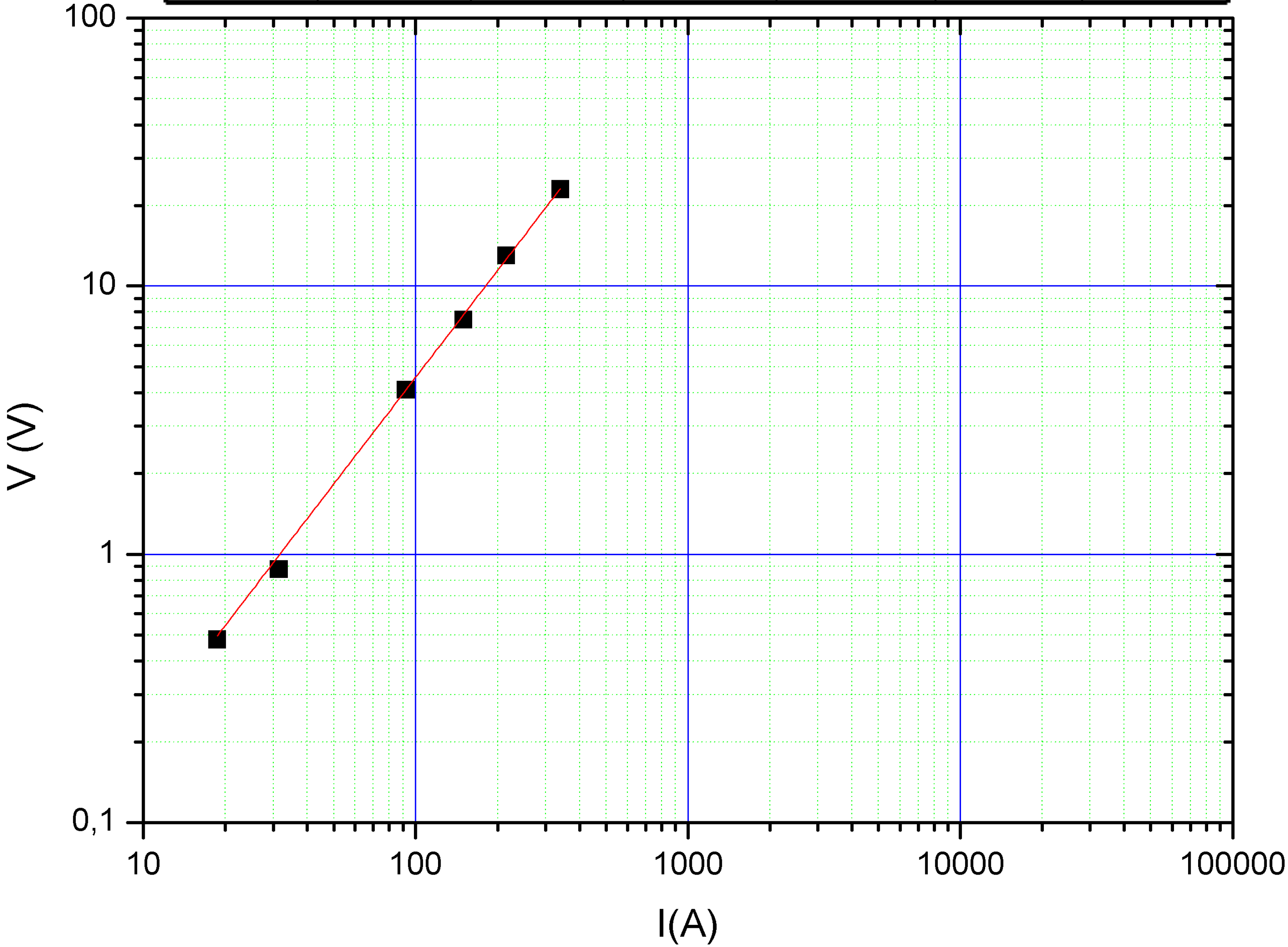
Medidas efetuadas de tensão como função da corrente em um resistor tipo varistor, fornecendo os seguintes dados experimentais:

I (A)	18,7	31,5	92,0	150,0	215,0	340,0
V(V)	0,48	0,88	4,10	7,50	13,00	23,00

Sabe-se que a equação que relaciona as variáveis é : $V = C\, I^{\beta}$

Quais os valores de C e β?

I (A)	18,7	31,5	92,0	150,0	215,0	340,0
V(V)	0,48	0,88	4,10	7,50	13,00	23,00



P1: (20,0 ; 0,53) **P2(300,0 ; 19,00)**

B = log(V2)-log(V1)/log(I2)-log(I1)

B = 1,32173

B = 1,32

Log C = log V - B log I

Log C = -1,19910

C = 10^-1,19910

C = 0,010208

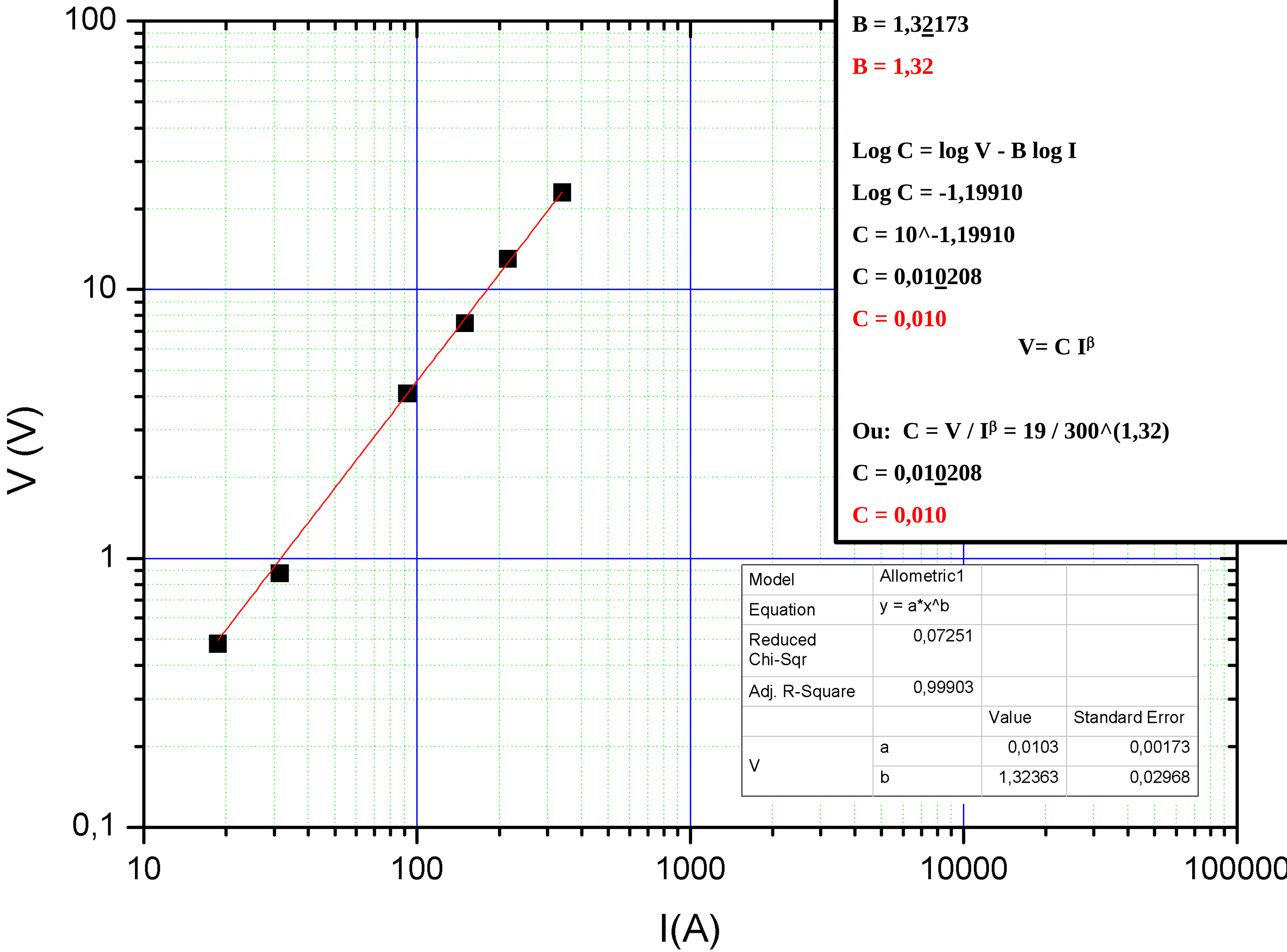
C = 0,010

V= C I^{β}

Ou: C = V / I^{β} = 19 / 300^(1,32)

C = 0,010208

C = 0,010



Model	Allometric1		
Equation	y = a*x^b		
Reduced Chi-Sqr	0,07251		
Adj. R-Square	0,99903		
		Value	Standard Error
V	a	0,0103	0,00173
	b	1,32363	0,02968